

2.2.19 Násobení zlomků III

Předpoklady: 020219

Př. 1: Které s následujících výpočtů jsou špatně? Proč?

a) $\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{15}$

b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{21}$

d) $7 \cdot \frac{3}{7} = 3$

a) $\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{15}$: špatně. Tím, že máme $\frac{2}{5}$ vícekrát (tříkrát) se nezmění velikost dílků, ale pouze jejich počet $\Rightarrow \frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{5}$.

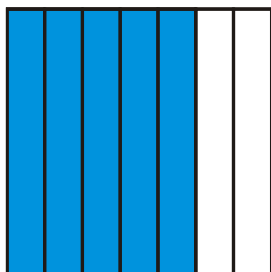
b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$: správně. Čtvrtina z třetiny je dvanáctina, proto se čtvrtina z pěti třetin rovná pěti dvanáctinám.

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{21}$: špatně. Když z každé sedminy vezmeme třetinu, získáme jednadvacetinu. Jejich počet se tím nezmění $\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$ (třetina ze tří sedmin je jedna sedmina).

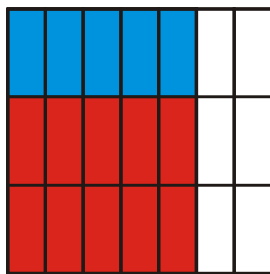
d) $7 \cdot \frac{3}{7} = 3$: správně. Pokud máme sedm hromádek se třemi sedminovými dílky, máme celkem 21 dílů, ze kterých můžeme sestavit 3 celky $\Rightarrow 7 \cdot \frac{3}{7} = \frac{21}{7} = 3$.

Př. 2: Spočti $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$. Výsledek ověř obrázkem. Zformuluj pravidlo po součin dvou zlomků.

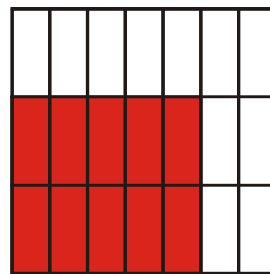
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$



Máme pět sedmin.



Z pěti sedmin vezmeme dvě třetiny.



Získaná plocha tvoří deset dvacetjednin původního celku.

V součinu dvou zlomků se číselník rovná součinu číselníků a jmenovatel součinu jmenovatelů.

V součinu dvou zlomků se číselník rovná součinu číselníků a jmenovatel součinu jmenovatelů.

Pedagogická poznámka: Nenutím žákům krácení násilím, ale počítám příklad postupně na tabuli a zakazuji používání kalkulaček.

Př. 3: Vypočti. Výsledek uveď v základním tvaru. Snaž se o co nejúspornější postup.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{2}{7} \cdot \frac{6}{5} & \text{b) } \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} & \text{c) } \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{9} & \text{d) } \frac{6}{11} \cdot \frac{22}{27} \\ \text{e) } \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15} & \text{f) } \frac{24}{25} \cdot \frac{15}{16} & \text{g) } 6 \cdot \frac{7}{24} \cdot \frac{4}{49} & \text{h) } \frac{1}{6} \cdot \frac{20}{33} \cdot \frac{44}{5} \end{array}$$

$$\text{a) } \frac{2}{7} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2 \cdot 6}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35} \qquad \text{b) } \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3}{5} \quad (\text{jinak } \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 10} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5})$$

$$\text{c) } \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{9} \quad (\text{jinak a obtížněji } \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1 \cdot 10}{5 \cdot 9} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9})$$

$$\text{d) } \frac{6}{11} \cdot \frac{22}{27} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 11}{11 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{4}{9} \quad (\text{jinak a obtížněji } \frac{6}{11} \cdot \frac{22}{27} = \frac{6 \cdot 22}{11 \cdot 27} = \frac{132}{297} = \frac{44}{99} = \frac{4}{9})$$

$$\text{e) } \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 4}{3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{2}{9} \quad (\text{jinak a obtížněji } \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 8}{12 \cdot 15} = \frac{40}{180} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9})$$

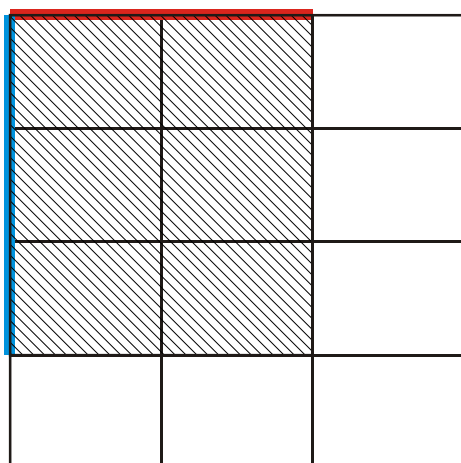
$$\text{f) } \frac{24}{25} \cdot \frac{15}{16} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2} = \frac{9}{10} \quad (\text{jinak a obtížněji } \frac{24}{25} \cdot \frac{15}{16} = \frac{24 \cdot 15}{25 \cdot 16} = \frac{360}{400} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10})$$

$$\text{g) } 6 \cdot \frac{7}{24} \cdot \frac{4}{49} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 4}{6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{1}{7} \quad (\text{jinak } 6 \cdot \frac{7}{24} \cdot \frac{4}{49} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 4}{24 \cdot 49} = \frac{168}{1176} = \frac{42}{294} = \frac{14}{98} = \frac{7}{49} = \frac{1}{7})$$

$$\text{h) } \frac{1}{6} \cdot \frac{20}{33} \cdot \frac{44}{5} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 5} = \frac{8}{9} \quad (\text{jinak } \frac{1}{6} \cdot \frac{20}{33} \cdot \frac{44}{5} = \frac{20 \cdot 44}{6 \cdot 33 \cdot 5} = \frac{880}{990} = \frac{88}{99} = \frac{8}{9}).$$

Př. 4: Obdélník má strany o délkách $\frac{2}{3}$ m a $\frac{3}{4}$ m. Urči obsah obdélníku. Výpočet zkontroluj obrázkem.

$$S = a \cdot b = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \text{ m}^2$$



Vyšrafovaná část je přesně polovinou plochy (obsahuje 6 obdélníčků ze 12).

Obdélník má obsah $0,5 \text{ m}^2$.

Př. 5: V jídelně mají třicet velkých jogurtů o hmotnosti $\frac{2}{5}$ kg. Ačkoliv jogurty ještě nemají prošlou záruční dobu $\frac{1}{4}$ je již zkažená. Kolik kg jogurtů je ještě k dispozici?

$\frac{1}{4}$ je zkažená $\Rightarrow \frac{3}{4}$ je ještě k možné použít

Množství kg k dispozici: $30 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \text{ kg} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 2 \cdot 2} \text{ kg} = 9 \text{ kg}$.

V jídelně mají ještě k dispozici 9 kg jogurtu.

Př. 6: Čtvrt kila másla stojí 35,90 Kč, 0,2 kg čokolády 24,90 Kč a dva kilogramy oříšků 249 Kč. Která z potravin je nedražší?

Pokud chceme porovnávat ceny potravin, musíme znát ceny za stejnou hmotnost (například za 1 kg).

Oříšky:

2 kg ... 249 Kč
1 kg ... $249 : 2 = 124,5$ Kč

Máslo:

$\frac{1}{4}$ kg ... 35,90 Kč
1 kg ... $4 \cdot 35,90 = 143,6$ Kč

Čokolády:

0,2 kg ... 24,90 Kč
1 kg ... $24,90 : 0,2 = 249 : 2 = 124,5$ Kč

Nejdražší z potravin je máslo.

Př. 7: Vypočti. Krat' co nejdříve.

a) $\frac{12}{5} \cdot \frac{10}{9}$

b) $\frac{16}{25} \cdot \frac{15}{8}$

c) $\frac{7}{24} \cdot \frac{14}{3}$

d) $\frac{18}{35} \cdot \frac{14}{27}$

a) $\frac{12}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2}{5 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{3}$

b) $\frac{16}{25} \cdot \frac{15}{8} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{6}{5}$

c) $\frac{7}{24} \cdot \frac{14}{3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 2}{2 \cdot 12 \cdot 3} = \frac{49}{36}$

d) $\frac{18}{35} \cdot \frac{14}{27} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{4}{15}$

Shrnutí: Při násobení zlomků je výhodné nejdříve krátit a pak teprve vyčíslovat součin.