

2.2.22 Operace se zlomky

Předpoklady: 020221

Pedagogická poznámka: První příklad je opakovací na + -.

Př. 1: Vypočti.

a) $\frac{5}{6} - \frac{7}{8}$ b) $\frac{14}{25} : \frac{21}{40}$ c) $\frac{7}{8} - \frac{11}{12}$ d) $\frac{9}{22} : \frac{15}{33}$

a) $\frac{5}{6} - \frac{7}{8} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} - \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} - \frac{21}{24} = -\frac{1}{24}$ b) $\frac{14}{25} : \frac{21}{40} = \frac{14}{25} \cdot \frac{40}{21} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 7} = \frac{16}{15}$

c) $\frac{7}{8} - \frac{11}{12} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{11 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{21}{24} - \frac{22}{24} = -\frac{1}{24}$ d) $\frac{9}{22} : \frac{15}{33} = \frac{9}{22} \cdot \frac{33}{15} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 11} \cdot \frac{3 \cdot 11}{3 \cdot 5} = \frac{9}{10}$

Př. 2: Napiš postupy, jak se provádí následující operace se zlomky:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| a) krácení zlomků | b) sčítání zlomků |
| c) násobení zlomků | d) odčítání zlomků |
| e) rozšiřování zlomků | f) dělení zlomků |

Pospojuj operace do navzájem „opačných“ dvojic.

a) krácení zlomků

Vyškrtneme všechny společné dělitele čitatele a jmenovatele.

b) sčítání zlomků

Převédeme na společného jmenovatele (stejně velké kousky, výhodné použití nejmenšího společného jmenovatele) a sečteme čitatele.

c) násobení zlomků

Násobíme čitatele s čitateli a jmenovatele se jmenovateli (výhodné krácení před vynásobením).

d) odčítání zlomků

Stejně jako sčítání, čitatele odečítáme.

e) rozšiřování zlomků

Čitatele a jmenovatele vynásobíme stejným číslem.

f) dělení zlomků

Převédeme na násobení převrácenou hodnotou.

Navzájem „opačné“ dvojice tvoří operace:

- krácení a rozšiřování,
- sčítání a odčítání,
- násobení a dělení.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad kontrolujeme následujícím způsobem: U každého bodu skupina čtyř až pěti žáků přečte své postupy a zbytek třídy se pak může vyjádřit, zda u některého postupu nejsou faktické chyby nebo zda čtoucí žáci něco nezapomněli. Pokud někdo připomene něco podstatného, na co jiní žáci nezapomenou (typicky krácení nebo nejmenší společný násobek), může dostat plus.

Pedagogická poznámka: Každý z následujících příkladů procvičuje jednu z operací, které můžeme provádět se zlomky. Na každý máme předem určený čas, kdo nestihne správně vypočítat příklad, musí ho dopočítat doma a navíc počítat odpovídající příklady na konci hodiny.

Př. 3: Převed' na základní tvar. Pokud to má smysl, vyjádři také jako smíšené číslo.

a) $\frac{12}{15}$ b) $\frac{56}{48}$ c) $\frac{126}{132}$

a) $\frac{12}{15} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{4}{5}$ b) $\frac{56}{48} = \frac{7 \cdot 8}{6 \cdot 8} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

c) $\frac{126}{132} = \frac{2 \cdot 63}{2 \cdot 66} = \frac{63}{66} = \frac{3 \cdot 21}{3 \cdot 22} = \frac{21}{22}$

Př. 4: Vypočti. Výsledek uveď v základním tvaru. Pokud je výsledek větší než 1, uveď ho i ve tvaru smíšeného čísla.

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{7} - \frac{9}{14}$ c) $\frac{7}{12} + \frac{2}{15}$ d) $\frac{11}{15} - \frac{7}{20}$

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$ b) $\frac{3}{7} - \frac{9}{14} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} - \frac{9}{14} = -\frac{3}{14}$

c) $\frac{7}{12} + \frac{2}{15} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{43}{60}$ d) $\frac{11}{15} - \frac{7}{20} = \frac{11 \cdot 4}{15 \cdot 4} - \frac{7 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{44 - 21}{60} = \frac{23}{60}$

Př. 5: Vypočti. Výsledek uveď v základním tvaru. Pokud je výsledek větší než 1, uveď ho i ve tvaru smíšeného čísla.

a) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}$ b) $\frac{24}{49} : \frac{32}{21}$ c) $3 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15}$ d) $12 \cdot \frac{2}{15} : \frac{20}{27} : 9$

a) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ b) $\frac{24}{49} : \frac{32}{21} = \frac{24}{49} \cdot \frac{21}{32} = \frac{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4} = \frac{9}{28}$

c) $3 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2}{3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$ d) $12 \cdot \frac{2}{15} : \frac{20}{27} : 9 = \frac{12 \cdot 2}{15} \cdot \frac{27}{20} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 3}{5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 9} = \frac{6}{25}$

Př. 6: Vypočti: a) $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4}{5}+\frac{1}{6}$

b) $\left[\frac{15}{4}\cdot\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot 2\right]:\frac{22}{3}$

a)

$$\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4}{5}+\frac{1}{6}=\left(\frac{9-4}{12}\right)\cdot\frac{4}{5}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{5}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2+1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

b)

$$\begin{aligned}\left[\frac{15}{4}\cdot\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot 2\right]:\frac{22}{3}&=\left[\frac{3}{2}+\left(\frac{3-2}{6}\right)\cdot 2\right]:\frac{22}{3}=\left[\frac{3}{2}+\frac{1}{6}\cdot 2\right]:\frac{22}{3}=\left[\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\right]:\frac{22}{3}= \\ &=\left[\frac{9+2}{6}\right]:\frac{22}{3}=\frac{11}{6}\cdot\frac{3}{22}=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Shrnutí: