

## 2.2.23 Slovní úlohy na zlomky I

**Předpoklady:** 020222

**Př. 1:** Vypočti.

$$\text{a) } \frac{5}{12} - \frac{5}{18}$$

$$\text{b) } \frac{18}{25} : \frac{21}{20}$$

$$\text{c) } \frac{7}{8} - \frac{3}{14}$$

$$\text{d) } \frac{14}{27} : \frac{35}{18}$$

$$\text{a) } \frac{5}{12} - \frac{5}{18} = \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{5}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 5}{12 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{15 - 10}{36} = \frac{5}{36}$$

$$\text{b) } \frac{18}{25} : \frac{21}{20} = \frac{18}{25} \cdot \frac{20}{21} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{24}{35}$$

$$\text{c) } \frac{7}{8} - \frac{3}{14} = \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{3 \cdot 4}{14 \cdot 4} = \frac{49}{56} - \frac{12}{56} = \frac{37}{56}$$

$$\text{d) } \frac{14}{27} : \frac{35}{18} = \frac{14}{27} \cdot \frac{18}{35} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 2}{9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{4}{15}$$

**Př. 2:** Jarda má ve zlomcích chaos. Prohlédni si, jak spočítal příklad na dělení, a napiš (bez počítání) z paměti správný výsledek.

$$\frac{28}{45} : \frac{21}{20} = \frac{45}{28} \cdot \frac{21}{20} = \frac{5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7}{7 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{27}{16}$$

Správný výsledek je  $\frac{16}{27}$ . Jarda obrátil první zlomek (který obrátit neměl) a neobrátil druhý

zlomek (který obrátit měl)  $\Rightarrow$  oba zlomky v součinu jsou převrácené  $\Rightarrow$  převrácený je i výsledek  $\Rightarrow$  opětovným převrácením získáme správný výsledek (pokud Jarda neudělal ještě další chybu).

Ověření standardním výpočtem:  $\frac{28}{45} : \frac{21}{20} = \frac{28}{45} \cdot \frac{20}{21} = \frac{7 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{16}{27}$

**Př. 3:** Míra natrhal za 2 a čtvrt hodiny tři a půl přepravky jablek. Kolik přepravek natrhá za jednu hodinu? Jak dlouho bude muset trhat, aby splnil denní normu 10 přepravek?

Za  $2\frac{1}{4}$  hodiny ...  $3\frac{1}{2}$  přepravky

Za 1 hodinu ...  $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = \frac{7}{2} : \frac{9}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{14}{9}$  přepravky.

10 přepravek za ...  $10 : \frac{14}{9} = \frac{10}{1} \cdot \frac{9}{14} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 9}{2 \cdot 7} = \frac{45}{7} = 6\frac{3}{7}$  hodiny.

Za hodinu Míra natrhá  $\frac{14}{9}$  přepravky. Denní normu splní za  $6\frac{3}{7}$  hodiny.

**Dodatek:** Příklad můžeme také řešit takto:

$$\text{Za 1 hodinu} \quad \dots \quad 3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = \frac{7}{2} : \frac{9}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{14}{9} \text{ přepravky.}$$

$$1 : \frac{14}{9} = 1 \cdot \frac{9}{14} \text{ hodiny} \quad \dots \quad 1 \text{ přepravka}$$

$$10 \cdot \frac{9}{14} = \frac{45}{7} \quad \dots \quad 10 \text{ přepravek.}$$

Určitě si někdo všimne, že když počítáme z počtu přepravek za 1 hodinu, dobu na nasbírání jedné přepravky, stačí zlomek jenom obrátit.

**Př. 4:** V sekundě je matematika velmi oblíbená. Má ji rádo pět šestin třídy a z nich pouze čtvrtina (tedy pět žáků) netvrdí, že ji úplně miluje. Kolik žáků chodí to sekundy? Kolik z nich matematiku úplně miluje? Kolik žáků matematiku nemá rádo?

Matematiku má rádo, ale nemiluje ji: čtvrtina z pěti šesti:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{24}$  třídy ... 5 žáků.

$$\frac{1}{24} \quad \dots \quad 1 \text{ žák}$$

celá třída ... 24 žáků

Matematiku má rádo a úplně ji miluje: tři čtvrtiny z pěti šestin:  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{24}$  ... 15 žáků.

Matematiku nemá rádo ...  $\frac{1}{6}$  třídy ...  $24 : 6 = 4$  žáci.

Kontrola výsledku  $5 + 15 + 4 = 24$ .

**Př. 5:** Písemka dopadla dobře. Nikdo nedostal horší známku než trojku, třetina třídy dostala jedničku, dvě pětiny dvojku a jen osm žáků trojku. Kolik žáků chodí do třídy? Kolik žáků dostalo jedničku? Kolik dvojku?

$$\text{Jednička} \quad \dots \quad \frac{1}{3}$$

$$\text{Dvojka} \quad \dots \quad \frac{2}{5}$$

$$\text{Jednička nebo dvojka} \quad \dots \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\text{Trojka} \quad 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} \quad \dots \quad 8 \text{ žáků.}$$

$$\frac{1}{15} \quad \dots \quad 8 : 4 = 2 \text{ žáci.}$$

Celá třída ...  $2 \cdot 15 = 30$  žáků.

$$\text{Jednička:} \quad \dots \quad \frac{1}{3} \quad \dots \quad 30 : 3 = 10 \text{ žáků.}$$

$$\text{Dvojka} \quad \dots \quad \frac{2}{5} \quad \dots \quad 30 : 5 = 6, \quad 2 \cdot 6 = 12 \text{ žáků.}$$

Do třídy chodí 30 žáků, jedničku dostalo 10 žáků, dvojku 12 žáků.

**Př. 6:** Irena řeší test. Během prvního čtení vyřešila tři čtvrtiny všech otázek, při kontrole pak ještě další šestinu. Dohromady tak vyřešila 22 otázek. Z kolika otázek se skládá celý test?

Irena vyřešila  $\frac{3}{4}$  a pak  $\frac{1}{6}$  otázek ... 22 otázek.

Dohromady:  $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$  ... 22 otázek.

$\frac{1}{12}$  ...  $22 : 11 = 2$  otázky

$\frac{12}{12}$  ...  $2 \cdot 12 = 24$  otázek

Celý test obsahoval 24 otázek.

**Př. 7:** Tři pětiny občanů jsou odhodláni jít k volbám. Jedna čtvrtina z nich však ještě neví, kterou stranu podpoří. Jaká část obyvatel chce jít k volbám a nemá ještě vybranou svou stranu? Kolik lidí ze sta je průměrně v této situaci.

Voliči, kteří nemají vybráno: čtvrtina z tří pětin:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$ .

Ze sta voličů neví:  $\frac{3}{20} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 5 \cdot 20}{20} = 15$ .

Svou stranu si zatím nevybralo 15 voličů ze 100 ( $\frac{3}{20}$  voličů).

**Př. 8:** Jirka si dělal statistiku chyb, které udělal v písemkách. Třetina chyb pramenila z nepozornosti, dvě pětiny pak z toho, že zapomněl základní pravidla z červených rámečků. Desetina chyb vyplývala z toho, že škrabe a sám po sobě občas nedokáže něco přečíst. Celkem tak roztřídil 55 chyb. Kolik chyb celkem v písemkách udělal? U kolika chyb nedokázal najít příčinu?

Určené chyby:  $\frac{1}{3}$  (nepozornost),  $\frac{2}{5}$  (pravidla),  $\frac{1}{10}$  (škrabání)  $\Rightarrow$  celkem

$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{10+12+3}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} \Rightarrow$  určil  $\frac{5}{6}$  ... 55 chyb.

$\frac{1}{6}$  chyb ...  $55 : 5 = 11$  (to jsou i neurčené)

Všechny chyby ...  $11 \cdot 6 = 66$  chyb.

Jirka udělal celkem 66 chyb, z toho u 11 nedokázal určit příčinu.

**Pedagogická poznámka:** Následující příklady jsou domácí úkol pro žáky, kteří měli problém s příkladem 1.

**Př. 9:** Vypočti.

a)  $\frac{1}{12} + \frac{4}{15}$

b)  $\frac{8}{21} + \frac{7}{15}$

c)  $\frac{11}{12} - \frac{5}{18}$

d)  $\frac{3}{14} - \frac{1}{6}$

a)  $\frac{1}{12} + \frac{4}{15} = \frac{1 \cdot 5}{12 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{5}{60} + \frac{16}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}$

b)  $\frac{8}{21} + \frac{7}{15} = \frac{8 \cdot 5}{21 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 7}{15 \cdot 7} = \frac{40}{105} + \frac{49}{105} = \frac{89}{105}$

c)  $\frac{11}{12} - \frac{5}{18} = \frac{11 \cdot 3}{12 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{33}{36} - \frac{10}{36} = \frac{23}{36}$

d)  $\frac{3}{14} - \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{14 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 7}{6 \cdot 7} = \frac{9}{42} - \frac{7}{42} = \frac{2}{42} = \frac{1}{21}$

**Př. 10:** Vypočti.

a)  $\frac{12}{21} \cdot \frac{14}{9}$

b)  $\frac{20}{27} : \frac{12}{15}$

c)  $\frac{14}{8} \cdot \frac{18}{40} \cdot \frac{20}{9}$

d)  $8 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{15}{8}$

a)  $\frac{12}{21} \cdot \frac{14}{9} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{8}{9}$

b)  $\frac{20}{27} : \frac{12}{15} = \frac{20}{27} \cdot \frac{15}{12} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{25}{27}$

c)  $\frac{14}{8} \cdot \frac{18}{40} \cdot \frac{20}{9} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 20}{2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 9} = \frac{7}{4}$

d)  $8 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{15}{8} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 4 \cdot 8} = \frac{25}{4}$

**Shrnutí:**