

## 2.2.26 Složené zlomky

**Předpoklady:** 010222

**Př. 1:** Vypočti.

a)  $\frac{22}{25} \cdot \frac{15}{44}$

b)  $\frac{35}{18} : \frac{21}{12}$

c)  $30 \cdot \frac{12}{9} \cdot \frac{27}{20} : 9$

d)  $\frac{8}{15} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{25}{22}$

a)  $\frac{22}{25} \cdot \frac{15}{44} = \frac{22 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 22} = \frac{3}{10}$

b)  $\frac{35}{18} : \frac{21}{12} = \frac{35}{18} \cdot \frac{12}{21} = \frac{5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 6}{3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{10}{9}$

c)  $30 \cdot \frac{12}{9} \cdot \frac{27}{20} : 9 = \frac{3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 9}{9 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 9} = 6$

d)  $\frac{8}{15} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{25}{22} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 11} = \frac{5}{9}$

**Pedagogická poznámka:** V prvním příkladu je třeba dát pozor, zda žáci zbytečně nerozkládají na součiny prvočísel.

**Pedagogická poznámka:** V hodině nechávám žáky, aby si nejdříve zkusili sami napsat, co by to mohl být složen zlomek a pak si ho interpretovali sami. Část si poradí zcela samostatně a pro velkou většinu zbytku stačí na tabuli napsat, že  $\frac{4}{3} = 4 : 3$ .

V minulé hodině jsme si hráli s písmenky. Zlomek můžeme zapsat pomocí písmenek  $\frac{p}{q}$ , kde

za  $p$  a  $q$  můžeme dosazovat libovolná čísla (kromě nuly za  $q$ ).

Co by se stalo, kdybychom se vzali za slovo a dosadili opravdu divná čísla - zlomky?

Co znamená zápis:  $\frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{9}}$ ? Je zlomek  $\frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{9}}$  větší než 1?

Zlomková čára znamená podíl:  $\frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{9}} \Rightarrow$  dělíme číslo  $\frac{2}{4}$  číslem  $\frac{3}{9}$  (to už umíme):

$$\frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{9}} = \frac{2}{4} : \frac{3}{9} = \frac{2 \cdot 9}{4 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{zlomek } \frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{9}} \text{ je opravdu větší než 1.}$$

Zlomek, který má v čitateli nebo jmenovateli zlomek, se nazývá **složený zlomek**.

hlavní zlomková čára  $\rightarrow$   $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$   $\leftarrow$  čítatel  
 $\leftarrow$  jmenovatel

Hlavní zlomková čára:

- bývá delší než ostatní zlomkové čáry,
- píše na úrovni rovnítka.

**Př. 2:** Uprav složené zlomky.

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{12}} & \text{b) } \frac{\frac{15}{16}}{\frac{25}{32}} & \text{c) } \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{10}} & \text{d) } \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} & \text{e) } \frac{\frac{7}{3}}{\frac{14}{14}} & \text{f) } \frac{\frac{24}{25}}{\frac{18}{20}} \end{array}$$

$$\text{a) } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{12}} = \frac{3}{4} : \frac{7}{12} = \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{7} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 4}{4 \cdot 7} = \frac{9}{7}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{15}{16}}{\frac{25}{32}} = \frac{15}{16} : \frac{25}{32} = \frac{15}{16} \cdot \frac{32}{25} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 16}{16 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{10}} = \frac{2}{5} : \frac{1}{10} = \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{1} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5}{5} = 4$$

$$\text{d) } \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{5} : \frac{2}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{e) } \frac{\frac{3}{14}}{\frac{1}{14}} = \frac{3}{14} : \frac{1}{14} = \frac{3}{14} \cdot \frac{14}{1} = \frac{3 \cdot 1}{1} = 3$$

$$\text{f) } \frac{\frac{24}{25}}{\frac{18}{20}} = \frac{24}{25} : \frac{18}{20} = \frac{24}{25} \cdot \frac{20}{18} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{16}{15}$$

**Př. 3:** Napiš pomocí písmen pravidlo pro úpravu složeného zlomku  $\frac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}}$  na obyčejný zlomek. Nezapomeň na podmínky.

$$\frac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}} = \frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \cdot \frac{s}{r} = \frac{p \cdot s}{q \cdot r}$$

$q \neq 0$  (jmenovatel v čitateli),  $s \neq 0$  (jmenovatel ve jmenovateli),  $r \neq 0$  (čitatel ve jmenovateli, kdyby byl nula, dělili bychom nulou, je ve jmenovateli ve výsledku)

Nepotřebujeme si pamatovat výsledek předchozího příkladu  $\frac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}} = \frac{p \cdot s}{q \cdot r}$ , přesto si ho lidé, kteří

v matematice hledají spíše jednoznačné postupy než přemýšlení s oblibou pamatují pomocí mnemotechnické pomůcky: součin vnějších čísel, dělíme součinem vnitřních. Taková pomůcka je sice na první pohled elegantní, ale je dvou sečná. Stačí si poplést jedno slovo a

použijeme ji špatně. Daleko výhodnější je spoléhat na to, co nám vystačilo při všech příkladech  $\Rightarrow$  zlomková čára představuje dělení.

**Pedagogická poznámka:** V hodině se na pomůcku zeptám, někdo ji určitě vymyslí.

**Pedagogická poznámka:** V hodině se objevil zajímavý nápad. Hlavní zlomková čára složený zlomek převrátí a tím se jmenovatel ve jmenovateli dostane k čitateli čitatele. Naopak čítec jmenovatele se přehne k jmenovateli čitatele. Poměrně elegantní pomůcka na zapamatování

**Př. 4:** Zopakuj si, jak se mění hodnota zlomku  $\frac{p}{q}$ , pokud zvětšujeme číslo  $p$  nebo číslo  $q$ .

Jak se bude měnit hodnota složeného zlomku  $\frac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}}$  pokud budeme zvětšovat jednotlivá čísla v zápisu?

Zlomek  $\frac{p}{q}$ :

- Když zvětšujeme  $p$ , hodnota zlomku se zvětšuje (máme větší počet stejně velkých částí).
- Když zvětšujeme  $q$ , hodnota zlomku se zmenšuje (máme stejný počet stejně čím dál menších částí).

Zlomek  $\frac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}}$ :

- Když zvětšujeme  $p$ , hodnota zlomku se zvětšuje (zvětšujeme číslo, které dělíme).
- Když zvětšujeme  $q$ , hodnota zlomku se zmenšuje (zmenšujeme číslo, které dělíme).
- Když zvětšujeme  $r$ , hodnota zlomku se zmenšuje (zvětšujeme číslo, kterým dělíme).
- Když zvětšujeme  $s$ , hodnota zlomku se zvětšuje (zmenšujeme číslo, kterým dělíme).

Ke stejnému výsledku bychom se dostali, kdybychom se podívali na výsledek úpravy

složeného zlomku  $\frac{\frac{p}{q}}{\frac{r}{s}} = \frac{p \cdot s}{q \cdot r}$ . Čísla, která hodnotu zvětšují, se nachází v čitateli, čísla, která hodnotu zmenšují, jsou ve jmenovateli.

**Př. 5:** Vypočti.

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \frac{2 \cdot \frac{3}{5}}{\frac{4}{7}} & \text{b) } \frac{1 + \frac{3}{4}}{\frac{7}{6}} & \text{c) } \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{4}} & \text{d) } \frac{1 - \frac{2}{3}}{2 + \frac{1}{5}} & \text{e) } \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{7}} & \text{f) } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{1 + \frac{1}{3}}} \end{array}$$

$$\text{a) } \frac{2 \cdot \frac{3}{5}}{\frac{4}{7}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{7}} = \frac{6}{5} : \frac{4}{7} = \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{6 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{5 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{21}{10}$$

$$\text{b) } \frac{1 + \frac{3}{4}}{\frac{7}{6}} = \frac{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{7}{6}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{7}{6}} = \frac{7}{4} : \frac{7}{6} = \frac{7}{4} \cdot \frac{6}{7} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

$$\text{d) } \frac{1 - \frac{2}{3}}{2 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{3}{3} - \frac{2}{3}}{\frac{10}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{11}{5}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{11} = \frac{5}{33}$$

$$\text{e) } \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{7}} = \frac{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{\frac{7}{35} - \frac{5}{35}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{35}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{35}{2} = \frac{175}{12}$$

$$\text{f) } \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{45}$$

Může být taková šílenost jako složený zlomek k něčemu dobrá?

**Pedagogická poznámka:** Následující příklad nechávám jako domácí úkol. Kontrola na začátku příští hodiny.

**Př. 6:** Vymysli slovní úlohu, která povede na složený zlomek.

---

**Shrnutí:**  $\frac{4}{3} = 4:3$  s tím vystačíme i na složený zlomek.