

2.2.29 A ještě jednou zlomky

Předpoklady: 010228

Př. 1: Mirky věk je třetina věku jejího táty. Oba společně mají dohromady 52 let. Kolik je Mirce let?

Věk Mirky a táty dohromady ... $\frac{1}{3} + \frac{3}{3} = \frac{4}{3}$... 52 let

$\frac{1}{3}$... $52 : 4 = 13$ let

$\frac{3}{3}$... $3 \cdot 13 = 39$ let

Mirce je 13 a tátovi 39 let.

Př. 2: Terka s Kát'ou šetří na tablet. Katka našetřila třetinu ceny, Terka 0,4 ceny. Ještě jim zbývá našetřit 1200 Kč. Kolik tablet stojí?

Kát'a s Terkou našetřily dohromady: $\frac{1}{3} + \frac{4}{10} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15} \Rightarrow$ zbývá našetřit $\frac{4}{15}$ ceny.

$\frac{4}{15}$... 1200 Kč

$\frac{1}{15}$... $1200 : 4 = 300$ Kč

$\frac{15}{15}$... $15 \cdot 300 = 4500$ Kč

Tablet stojí 4500 Kč.

Př. 3: Odevzdávání závěrečných prací opět neproběhlo zcela ideálně. Sedmina studentů práci vůbec neodevzdala v termínu, šestina odevzdaných prací pak byla pro zjevnou odbytost vrácena autorům. Celkem tak v termínu nestihlo splnit své povinnosti 26 studentů. Kolik studentů práce odevzdalo?

Neodevzdala $\frac{1}{7} \Rightarrow$ odevzdalo $\frac{6}{7}$.

Vrácena $\frac{1}{6}$ z $\frac{6}{7}$ odevzdaných prací: $\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$.

Nesplněno: neodevzdáno nebo vráceno: $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7} \Rightarrow$ splněno $\frac{5}{7}$.

$\frac{2}{7}$... 26

$\frac{1}{7}$... $26 : 2 = 13$

$$\frac{6}{7} \quad \dots \quad 6 \cdot 13 = 78$$

Práci odevzdalo 78 studentů.

Př. 4: Studenti druhých ročníků si vybírají semináře. Třetina z nich si vybrala seminář z matematiky, čtyři devítiny seminář z češtiny a zbývajících 12 studentů seminář z programování. Kolik je studentů druhých ročníků? Kolik se jich přihlásilo na jednotlivé semináře?

$$\begin{aligned} \text{Seminář z matematiky nebo češtiny} \quad \dots \quad \frac{1}{3} + \frac{4}{9} = \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9} &\Rightarrow \text{seminář z programování} \\ \text{navštěvují } \frac{2}{9} \text{ studentů} \quad \dots \quad 12 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{9} \quad \dots \quad 12 : 2 = 6 \text{ studentů}$$

$$\text{Všichni studenti: } \frac{9}{9} \quad \dots \quad 9 \cdot 6 = 54 \text{ studentů.}$$

$$\text{Seminář z matematiky: } \frac{1}{3} = \frac{3}{9} \quad \dots \quad 3 \cdot 6 = 18 \text{ studentů.}$$

$$\text{Seminář z češtiny: } \frac{4}{9} \quad \dots \quad 4 \cdot 6 = 24 \text{ studentů.}$$

Do druhých ročníků chodí 54 studentů.

Př. 5: Olda sklízela jablka. Čtvrtina jich spadla, ještě než je stihl otrhat, z nich pak polovinu vyhodil, protože shnila. Z trhaných jablek vyhodil pouze pětinu. I tak skončilo na hnoji postupně 22 kg jablek. Kolik jablek Olda sklídil? Kolik jich využil?

$$\text{Vyhozená padaná jablka: polovina ze čtvrtiny: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Vyhozená trhaná jablka: pětina ze tří čtvrtin: } \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}.$$

$$\text{Vyhozená jablka celkem: } \frac{1}{8} + \frac{3}{20} = \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 2}{20 \cdot 2} = \frac{5}{40} + \frac{6}{40} = \frac{11}{40}.$$

$$\frac{11}{40} \quad \dots \quad 22 \text{ kg}$$

$$\frac{1}{40} \quad \dots \quad 22 : 11 = 2 \text{ kg}$$

$$\frac{40}{40} \quad \dots \quad 40 \cdot 2 = 80 \text{ kg}$$

Využitá jablka $80 - 22 \text{ kg} = 58 \text{ kg}$

Olda sklídil 80 kg jablek. Ze sklizených jablek využil 58 kg.

Př. 6: Vypočti.

a) $4 \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{30}{9} : 6$

b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{12}$

c) $\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{15}$

a) $4 \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{30}{9} : 6 = \frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{8}{9}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{12} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} + \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{24+16+15}{36} = \frac{55}{36} = 1 \frac{19}{36}$

c) $\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{15} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} - \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{18-9-4}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

Př. 7: Vypočti.

a) $\frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{3}}$

b) $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{4}}$

c) $\frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{3}{6}}$

d) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1 + \frac{1}{5}}{\frac{21}{10}}}{\frac{10}{10}}$

a) $\frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{3}} = \frac{2}{1} : \frac{4}{3} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$

b) $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$

c) $\frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{3}{6}} = \frac{\frac{5}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{6}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{3}{6}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{18}$

d) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1 + \frac{1}{5}}{\frac{21}{10}}}{\frac{10}{10}} = \frac{2}{3} + \frac{\frac{6}{5}}{\frac{21}{10}} = \frac{2}{3} + \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{21} = \frac{2}{3} + \frac{2 \cdot 3}{5} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{2}{3} + \frac{4}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} + \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{14+12}{21} = \frac{26}{21} = 1 \frac{5}{21}$

Shrnutí: