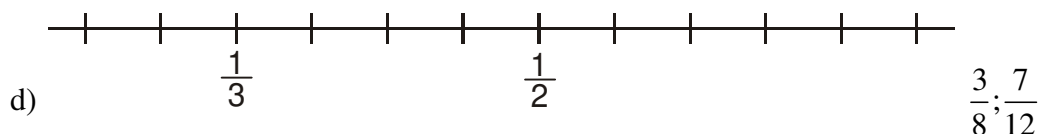
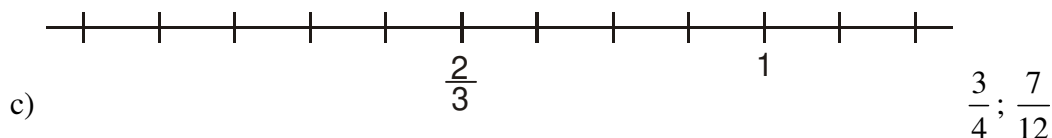
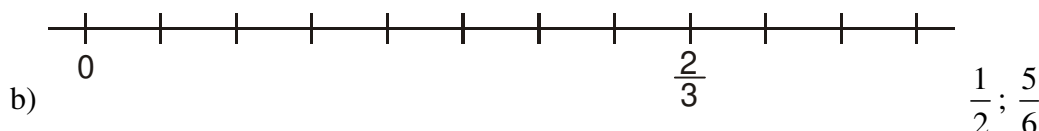
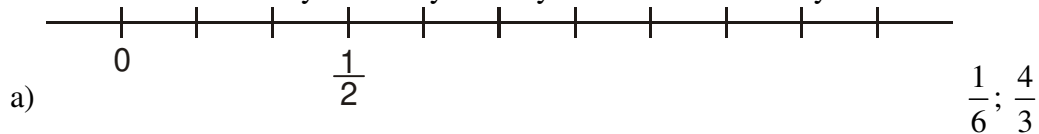


2.2.31 Zlomky téměř naposledy

Předpoklady: 020230

Př. 1: Na každou z nakreslených číselných os vyznač uvedené zlomky.



a) Osa je mezi 0 a $\frac{1}{2}$ rozdělena na tři dílky \Rightarrow velikost jednoho dílku je třetina z poloviny \Rightarrow

jeden dílek má velikost $\frac{1}{6}$. Na osu vyznačíme číslo 1, číslo $\frac{4}{3}$ se nachází o dva dílky dále.

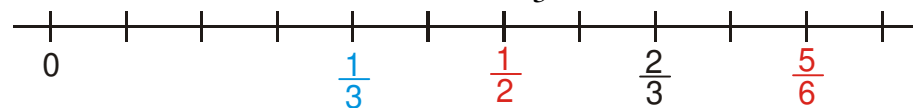


b) Polovinu vzdálenosti mezi zlomkem $\frac{2}{3}$ a nulou označíme $\frac{1}{3}$. Osa je mezi 0 a $\frac{1}{3}$ rozdělena

na tři dílky \Rightarrow velikost jednoho dílku je čtvrtina ze třetiny \Rightarrow jeden dílek má velikost $\frac{1}{12}$.

Číslo $\frac{1}{2}$ se nachází přesně uprostřed mezi čísly $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{3}$. Platí: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow$ číslo $\frac{5}{6}$ je o dva

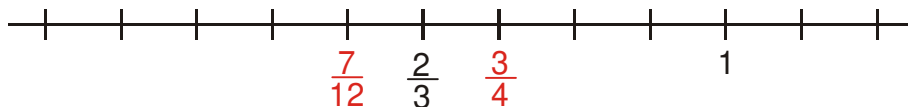
dílky (dvě dvanáctiny) napravo od čísla $\frac{2}{3}$.



c) Vzdálenost mezi čísly $\frac{2}{3}$ a 1 je rozdělena na čtyři dílky a má velikost $\frac{1}{3} \Rightarrow$ velikost

jednoho dílku je čtvrtina ze třetiny \Rightarrow jeden dílek má velikost $\frac{1}{12}$. Napíšeme si zlomky ve

dvanáctinách: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \Rightarrow$ číslo $\frac{3}{4}$ je o jeden dílek napravo od čísla $\frac{2}{3}$, číslo $\frac{7}{12}$ bude od čísla $\frac{2}{3}$ o jeden dílek vlevo.



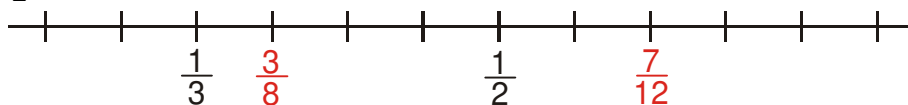
d) Spočteme si o kolik se liší zlomky $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$. Vzdálenosti $\frac{1}{6}$ odpovídají

na ose čtyři dílky \Rightarrow velikost jednoho dílku je čtvrtina ze šestiny \Rightarrow jeden dílek má velikost

$\frac{1}{24}$. Napíšeme si zlomky ve čtyřiaadvacatinách: $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$, $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$, $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$, $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$. Zlomek

$\frac{3}{8}$ bude na ose o jeden dílek napravo do zlomku $\frac{1}{3}$, zlomek $\frac{7}{12}$ dva dílky napravo od zlomku

$\frac{1}{2}$.



Pedagogická poznámka: První radou by v každém případě mělo být pouze dokreslení dalších zlomků do osy. Pokud to nestačí je možné dostrkat žáka k určení velikosti jednoho dílku, pak by však mělo opět pokračovat s popisováním osy (bez přímého výpočtu umístění zlomku). Postupným popisováním osy je možné dojít k výsledku i bez výpočtů.

V žádném případě netlačím na žáky, aby opakovali můj způsob řešení.

Př. 2: Děti měly spočítat $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3}$. Získali tři postupy (a výsledky):

a) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

b) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

c) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = 2\frac{1}{6}$

Který z nich je správně? Najdi ve dvou zbývajících chybu.

a) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ - správný postup. Smíšená čísla můžeme převést na zlomky a jejich násobení je v pořádku.

b) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ - špatně, protože $2\frac{1}{2}$ znamená $2 + \frac{1}{2}$, neznamená to $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

Navíc násobíme číslo 2,5 číslem větším než 1 \Rightarrow výsledek musí být větší než 2,5.

c) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = 2\frac{1}{6}$ - špatně. Násobíme číslo 2,5 číslem větším než

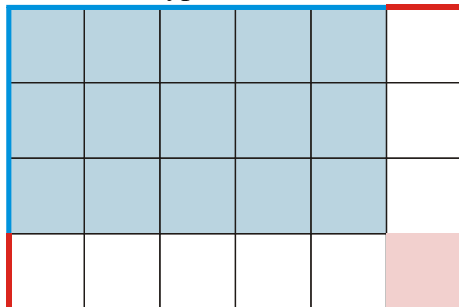
1 \Rightarrow výsledek musí být větší než 2,5. Rozepsání smíšených čísel jsme provedli správně \Rightarrow chyba musí být v násobení.

$\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = 2\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
Násobíme jen levou část prvního čísla s levou částí druhého čísla a pravou část prvního čísla s pravou částí druhého čísla.	Tady násobíme celé první číslo celým druhým číslem.

Př. 3: Skutečnost, že si při násobení musíme dát pozor, abychom celé první číslo násobili s celým druhým číslem, si můžeme ukázat i na přirozených číslech takto:

$$24 = 4 \cdot 6 = (3+1)(5+1) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 1 = 15 + 3 + 5 + 1 = 24$$

Jak s tímto výpočtem souvisí obrázek níže?



Obrázek zachycuje násobení závorek $(3+1)(5+1)$. Vybarvené části zachycují část, kterou bychom získali "nekompletním násobením" ($3 \cdot 5 + 1 \cdot 1$), bílé části to, na co bychom zapomněli ($3 \cdot 1 + 5 \cdot 1$).

Př. 4: Z následujících čísel: 1; 10; 0,3; $\frac{1}{4}$; 0,2; $\frac{32}{3}$, můžeme sestavit mnoho zlomků,

například tak, že si vybereme čísla 10 a 0,3 se z nich sestavíme zlomek $\frac{10}{0,3}$ (mohli

bychom sestavit i zlomek $\frac{0,3}{10}$). Sestav z nabízených čísel:

a) co největší, b) co nejmenší zlomek (jsou povoleny i složené zlomky). Kolik z nabídnutých čísel budeš potřebovat?

Potřebujeme pouze dvě čísla z nabízených: největší a nejmenší.

1; 10; 0,3; $\frac{1}{4} = 0,25$; 0,2; $\frac{32}{3} = 10\frac{2}{3} = 10,6\bar{6} \Rightarrow$ nejmenší z nabízených čísel je 0,2, největší je

$\frac{32}{3}$.

Největší zlomek (čitatel co největší, jmenovatel co nejmenší):

$$\frac{32}{3} = \frac{32}{3} = \frac{32}{3} \cdot \frac{10}{2} = \frac{32}{3} \cdot 5 = \left(10 + \frac{2}{3}\right) \cdot 5 = 50 + \frac{10}{3} = 53\frac{1}{3}.$$

Nejmenší zlomek (čitatel co nejmenší a jmenovatel co největší - tedy převrácené číslo k

největšímu zlomku): $\frac{0,2}{\frac{32}{3}} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{32}{3}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{32}{3}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{32} = \frac{3}{160}.$

Př. 5: Vymysli slovní úlohy, které vedou na následující výpočty:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$

c) $\frac{7}{12} \cdot 108$

d) $\frac{15}{2} : \frac{1}{3}$

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$

Dvě třetiny dotazovaných občanů plánují rodinnou dovolenou u moře, z toho dvě pětiny chtějí navštívit Chorvatsko a z nich tři sedminy pojedou vlastním autem. Jak část dotazovaných občanů pojedou do Chorvatska na dovolenou vlastním autem?

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{4}{35}$$

Do Chorvatska vlastním autem pojedou na dovolenou čtyři třiceti pětiny dotazovaných občanů.

b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$

V jedné lahvi zbyly dvě třetiny objemu, v druhé dvě pětiny. Jaký je celkový objem v obou lahvích. Je možné jejich obsah slít do jedné?

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10+6}{15} = \frac{16}{15}$$

V obou lahvích je dohromady $\frac{16}{15}$ objemu. Jejich obsah zatím nemůžeme slít do jedné (je větší než 1).

c) $\frac{7}{12} \cdot 108$

Dívky tvoří sedm dvanáctin studentů na gymnáziích. Kolik dívek bude mezi 108 studenty prvních ročníků?

$$\frac{7}{12} \cdot 108 = \frac{7 \cdot 4 \cdot 27}{4 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 9}{3} = 7 \cdot 9 = 63$$

Mezi 108 studenty prvních ročníků bude 63 dívek.

d) $\frac{15}{2} : \frac{1}{3}$

Jirka má ve spíži 15 půllitrových sklenic s limonádou. Do kolika skleniček o objemu třetiny litru může limonádu rozlít?

$$\frac{15}{2} : \frac{1}{3} = \frac{15}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$$

Jirka naplní limonádou 22 a půl třetinkové sklenice.

Shrnutí: Umístění zlomků na ose můžeme najít postupným popisováním dílků.