

2.2.33 Zlomky – závěrečné opakování

Předpoklady: 020232

Př. 1: Vypočti.

$$\text{a) } \frac{3}{8} + \frac{5}{12}$$

$$\text{b) } 10 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{32}$$

$$\text{c) } \frac{14}{15} : \frac{21}{24} : 4$$

$$\text{d) } \frac{25}{14} - \frac{22}{21}$$

$$\text{a) } \frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{9+10}{24} = \frac{19}{24}$$

$8 = 4 \cdot 2 \quad 12 = 4 \cdot 3$

$$\text{b) } 10 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{32} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{15}{4}$$

$$\text{c) } \frac{14}{15} : \frac{21}{24} : 4 = \frac{14}{15} \cdot \frac{24}{21} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{4}{15}$$

$$\text{d) } \frac{25}{14} - \frac{22}{21} = \frac{25 \cdot 3}{14 \cdot 3} - \frac{22 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{75-44}{42} = \frac{31}{42}$$

$14 = 7 \cdot 2 \quad 21 = 7 \cdot 3$

Př. 2: Šimon s Lucií jeli na výlet. Oba dostali od maminky 120 Kč. Šimon utratil z kapesného pět osmin a Lucka tři pětiny. Kdo z nich utratil víc a o kolik?

$$\text{Šimon utratil pět osmin ze 120: } \frac{5}{8} \cdot 120 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 30}{4 \cdot 2} = \frac{5 \cdot 15 \cdot 2}{2} = 75 \text{ Kč}$$

$$\text{Lucie utratila tři pětiny ze 120: } \frac{3}{5} \cdot 120 = \frac{3 \cdot 5 \cdot 24}{5} = 3 \cdot 24 = 72 \text{ Kč}$$

Šimon utratil o 3 Kč víc než Lucie.

Př. 3: Vypočti.

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{10}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{8}{15}}{\frac{24}{25}}$$

$$\text{c) } \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{10}{3} - \frac{1}{2} = \left(\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} \right) \cdot \frac{10}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{15} \cdot \frac{10}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{9} - \frac{1}{2} = \frac{4-9}{18} = -\frac{5}{18}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{8}{15}}{\frac{24}{25}} = \frac{8}{15} : \frac{24}{25} = \frac{8}{15} \cdot \frac{25}{24} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 8} = \frac{5}{9}$$

$$c) \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{8}{5}$$

Př. 4: Rozhodni, které z následujících vět jsou pravdivé. Rozhodnutí zdůvodni. Pokud věta pravdivá není, zkus ji upravit tak, aby pravdivá byla.

a) Když vynásobíme kladné racionální číslo jiným kladným racionálním číslem, získáme číslo větší.

b) Když vydělíme kladné racionální číslo kladným racionálním číslem menším než jedna, získáme číslo větší.

a) Když vynásobíme kladné racionální číslo jiným kladným racionálním číslem, získáme číslo větší.

Výrok neplatí vždy a není tedy pravdivý. Například když vynásobíme číslo 4 číslem 0,5, výsledek je číslo 2, které je menší.

b) Když vydělíme kladné racionální číslo kladným racionálním číslem menším než jedna, získáme číslo větší.

Výrok je pravdivý. Dělení číslem menším než jedna znamená násobení převráceným číslem, které je větší než jedna a tím i zvětšení čísla (například $3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{1} = 6$).

Př. 5: Majitelka hotelu má zkušenost, že tři pětiny ubytovaných mají zájem o oběd, z nich dvě jedenáctiny o vegetariánské jídlo. Kolik se bude vařit normálních obědů, když vaří dvanáct vegetariánských jídel? Kolik je v hotelu ubytovaných hostů?

Vegetariánská jídla:	$\frac{2}{11}$...	12 obědů
	$\frac{1}{11}$...	$12 : 2 = 6$ obědy
	$\frac{11}{11}$...	$11 \cdot 6 = 66$ obědů
Normální jídla	$\frac{9}{11}$...	$9 \cdot 6 = 54$ obědů.
Obědvající	$\frac{3}{5}$...	66 ubytovaných
	$\frac{1}{5}$	$66 : 3 = 22$
	$\frac{5}{5}$	$5 \cdot 22 = 110$

Kuchyně musí uvařit 54 nevegetariánských obědů, v hotelu je ubytováno 110 hostů.

Př. 6: Máš k dispozici čísla 1, 3, 6, 9. Dosad' tyto čísla za písmena *a*, *b*, *c*, *d* tak, byla hodnota zlomků do největší. Hodnotu vypočti. Každé číslo můžeš použít pouze

jednou.

a) $\frac{a+b}{c+d}$

b) $\frac{a-b}{c-d}$

c) $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$

d) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$

a) Snažíme se o co největší číselník a co nejmenší jmenovatel: $a=9, b=6, c=3, d=1$:

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{9+6}{3+1} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(další řešení získáme, když prohodíme mezi sebou a a b , nebo c a d)

b) Snažíme se o co největší číselník a co nejmenší jmenovatel: $a=9, b=1, c=6, d=3$:

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{9-1}{6-3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

c) Snažíme se o co největší hodnotu prvního zlomku a co nejmenší hodnotu druhého zlomku:

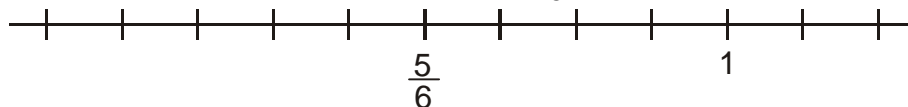
$$a=9, b=1, c=3, d=6: \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{9}{1} - \frac{3}{6} = 9 - \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

d) Upravíme složený zlomek: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \Rightarrow$ snažíme se o co největší hodnotu

čitatele a co nejmenší hodnotu jmenovatele: $a=9, d=6, c=3, b=1: \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{9 \cdot 6}{3 \cdot 1} = 18$.

(další řešení získáme, když prohodíme mezi sebou a a d , nebo b a c)

Př. 7: Na nakreslenou číselnou osu vyznač $\frac{3}{4}$ a $\frac{7}{8}$.

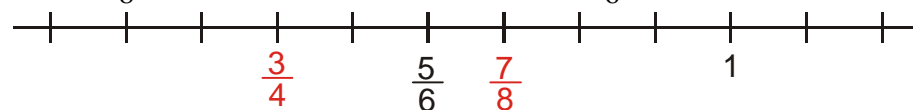


Vzdálenost mezi čísly $\frac{5}{6}$ a 1 je rozdělena na čtyři dílky \Rightarrow čtyři dílky odpovídají vzdálenosti

$\frac{1}{6} \Rightarrow$ jeden dílek odpovídá jedné čtyřicetině. Rozšíříme zlomky tak, aby ve jmenovateli

bylo číslo 24: $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}, \frac{3}{4} = \frac{18}{24}, \frac{7}{8} = \frac{21}{24}$. Zlomek $\frac{3}{4}$ je o dva dílky vlevo od zlomku $\frac{5}{6}$,

zlomek $\frac{7}{8}$ je o jeden dílek vpravo od zlomku $\frac{5}{6}$.



Př. 8: Rozhodni bez výpočtu, který ze součinů $\frac{15}{16} \cdot \frac{27}{28}$ a $\frac{21}{20} \cdot \frac{45}{44}$ je větší? Proč?

Větší je součin $\frac{21}{20} \cdot \frac{45}{44}$, ve kterém spolu násobíme dvě čísla větší než 1 (v prvním součinu $\frac{15}{16} \cdot \frac{27}{28}$ násobíme dvě čísla menší než 1).

Př. 9: Odhadni výsledek a pak vypočítej.

a) $4\frac{2}{15} - 3\frac{3}{10}$ b) $3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5}$ c) $2\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$

a) $4\frac{2}{15} - 3\frac{3}{10}$

Odhad: Výsledek bude číslo o trochu menší než 1 ($4 - 3 = 1$, zbytkový zlomek, který odečítáme je o trochu větší).

$$4\frac{2}{15} - 3\frac{3}{10} = 4 - 3 + \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = 1 + \frac{4 - 9}{30} = 1 - \frac{5}{30} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

b) $3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5}$

Odhad: Výsledek bude větší než 6, protože násobíme číslo větší než 3 s číslem větším než 2.

$$3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{10}{3} \cdot \frac{11}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3} \cdot \frac{11}{5} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$$

c) $2\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$

Odhad: Výsledek bude o trochu menší než 1. Dělíme číslo, která jsou skoro stejně velká, ale druhé číslo je o trochu větší.

$$2\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3} = \frac{16}{7} : \frac{8}{3} = \frac{16}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 8}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{7}$$

Př. 10: Byl jednou jeden král a ten měl tři syny a čtyři dcery. Synové byli statní, dcery byly spanilé. Jednoho dne přiletěl do království hodný drak a složil před zámek na 5

hromad $12\frac{1}{3}$ tuny černého uhlí. I pravil král takto ke svým dětem: "Vy synové moji

jste statní a tak složíte uhlí společně, každý rovným dílem. Vy dcery mé, jste spanilé, ale to neznamená, že se budete jen povalovat na poduškách a čekat na prince. Hezky přiložíte ruku k dílu, každá z vás stejně, a složíte čtyři sedminy toho, co každý z Vašich bratrů". Jak řekl, tak se i stalo. Kolik tun uhlí složil každý princ? Kolik tun uhlí složila každá z dcer?

Tři bratři složí každý jeden díl \Rightarrow celkem 3 díly.

Čtyři princezny složí každá čtyři sedminy dílu \Rightarrow celkem $4 \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{7}$ dílu.

Celkem dílů: $3 + \frac{16}{7} = \frac{21+16}{7} = \frac{37}{7}$.

$$12\frac{1}{3} = \frac{12 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{37}{3}.$$

Na jeden díl připadá: $\frac{\frac{37}{3}}{\frac{37}{7}} = \frac{37 \cdot 7}{37 \cdot 3} = \frac{7}{3}$ tuny (složí princ).

Složí princezna: $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{4}{3}$ tuny.

Každý z princů složil $\frac{7}{3}$ t, každá princezna $\frac{4}{3}$ t.

Shrnutí: