

### 2.3.3 Co dát místo žolíka?

**Předpoklady:** 020301

**Př. 1:** Myslím si číslo. Pokud ho vynásobím třema a připočtu k výsledku 7 dostanu číslo 25. Jaké číslo jsem si myslel?

Obrátíme zadaný postup:

- od 25 odečteme 7:  $25 - 7 = 18$
- získané číslo dělíme třemi:  $18 : 3 = 6$ .

Mysleli jsme si číslo 6.

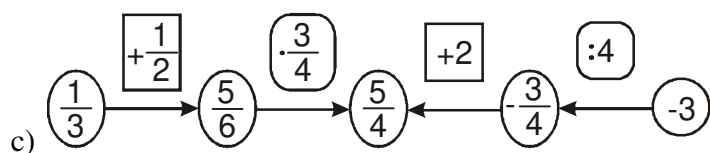
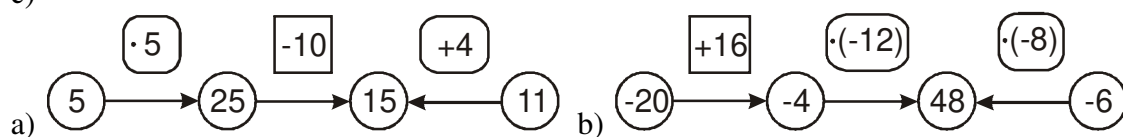
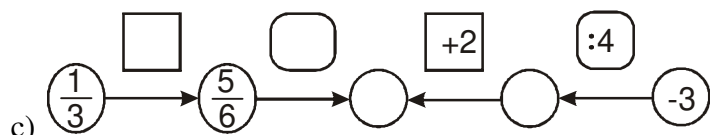
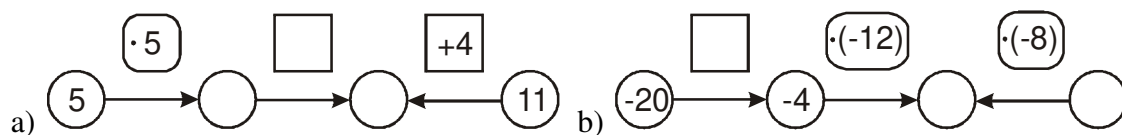
**Př. 2:** Myslím si číslo. Pokud od něj odečtu 3 a výsledek vydělím 3 dostanu číslo 11. Jaké číslo jsem si myslel?

Obrátíme zadaný postup:

- 11 vynásobíme 3:  $11 \cdot 3 = 33$
- k získanému číslu přičteme 3:  $33 + 3 = 36$ .

Mysleli jsme si číslo 36.

**Př. 3:** Dopln hady (čísla přičítání nebo odčítání v polích  a čísla násobení nebo dělení v polích ).



**Př. 4:** Jednou dědoušky babičky přece načapaly a začaly se ptát, na co mají na stole papírky. Pan Moudrý byl docela pohotový a vysvětlil, že hrají hru. K jedné z hromádek přidají nepopsaný papírek a druhý hráč musí uhádnout, jaké písmeno je na něj třeba napsat. Babičky se hned přidaly a začaly hrát s nimi.

Jakou kartičku je třeba přidat místo nepopsané kartičky (v zápisech označené X)?

a) *KT**CB* *DT**BX*      b) *KKKBBT**X* *KKKKDT*      c) *DBT* *BCX*

a) *KT**CB* *DT**BX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *KC* *DX*

Vlevo:  $1+4=5$       Vpravo:  $2+x$ .       $\Rightarrow x=3$

Místo neoznačeného papírku je třeba na hromádku položit jedno Trio.

b) *KKKBBT**X* *KKKKDT*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *BBX* *KD*

Vlevo:  $5+5+x=10+x$       Vpravo:  $1+2=3$ .       $\Rightarrow$  Příklad nejde vyřešit (na hromádce s neoznačeným papírkem je větší hodnota).

c) *DBT* *BCX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *DT* *CX*

Vlevo:  $2+3=5$       Vpravo:  $4+x$ .       $\Rightarrow x=1$

Místo neoznačeného papírku je třeba na hromádku položit jedno Káčko.

**Př. 5:** Hra nebyla moc náročná a paní Zelendovou napadlo, že by žolíků za stejné číslo mohlo být i víc. Jaké kartičky nahradí kartičky označené X?

a) *KDTC* *KKDXX*      b) *KDCP* *KDBXXX*      c) *KBBX* *BCX*  
d) *KDDX* *BX*

a) *KDTC* *KKDXX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *TC* *KXX*

Vlevo:  $3+4=7$       Vpravo:  $1+x+x=1+2x$ .       $2x=6 \Rightarrow x=3$

Místo neoznačených papírků je třeba na hromádku položit Tria.

b) *KDCP* *KDBXXX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *CP* *BXXX*

Vlevo:  $4+10=14$       Vpravo:  $5+x+x+x=5+3x$ .       $3x=9 \Rightarrow x=3$

Místo neoznačených papírků je třeba na hromádku položit Tria.

c) *KBBX* *BCX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *KBX* *CX*

Vlevo:  $1+5+x=6+x$       Vpravo:  $4+x$ .       $\Rightarrow$  Příklad nejde vyřešit, obě hromádky nejsou vyrovnané  $\Rightarrow$  nemohou být vyrovnané ani po tom, co na obě přidáme stejnou kartičku (libovolné hodnoty).

d) *KDDX* *BX*

Není co vyškrtnat.

Vlevo:  $1+2+2+x=5+x$       Vpravo:  $5+x$ .       $\Rightarrow$  Obě hromádky jsou vyrovnané  $\Rightarrow$  budou vyrovnané i po tom, co na obě přidáme stejnou kartičku (libovolné hodnoty)  $\Rightarrow$  místo prázdných kartiček můžeme přiložit dvě kartičky libovolné hodnoty.

**Př. 6:** Po chvíli se jim omrzelo i používání více stejných kartiček a tak do hry přidali neoznačené papírky druhé barvy (žolíky druhého druhu - takzvaná Y), které mohly

představovat opět libovolnou z používaných kartiček (nezávisle na tom, kterou kartičku představovaly původní neoznačené papírky). Jaké kartičky nahradí žolíky označené  $X$ . Jaké  $Y$ ? Hledej všechny možnosti.

a)  $KT$   $XY$       b)  $KTX$   $DTY$       c)  $KTXX$   $KBY$       d)  $BP$   $KXXY$

a)  $KT$   $XY$

Není co vyškrtat.

Vlevo:  $1+3=4$       Vpravo:  $x+y$ .       $\Rightarrow$  Hledáme kombinace dvou kartiček, které mají hodnotu 4  $\Rightarrow$  tři možnosti:

- $X = K, Y = T$ ,
- $X = D, Y = D$ ,
- $X = T, Y = K$ .

b)  $KTX$   $DTY$

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách:  $KX$   $DY$

Vlevo:  $1+x$       Vpravo:  $2+y$ .       $\Rightarrow$  Hromádky budou vyrovnané, pokud kartička dosazená místo  $X$  bude mít o jedna větší hodnotu než kartička dosazená místo  $Y \Rightarrow$  čtyři možnosti:

- $X = D, Y = K$ ,
- $X = T, Y = D$ ,
- $X = C, Y = T$ ,
- $X = B, Y = C$ .

c)  $KTXX$   $KBY$

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách:  $TXX$   $BY$

Vlevo:  $3+2x$       Vpravo:  $5+y$ .       $\Rightarrow$  Hromádky budou vyrovnané, pokud kartičky dosazené místo  $X$  budou mít dohromady o dvě větší hodnotu než kartička dosazená místo  $Y \Rightarrow$  dvě možnosti:

- $X = D, Y = D$ ,
- $X = T, Y = C$ .

d)  $BP$   $KXXY$

Není co vyškrtat.

Vlevo:  $5+10=15$       Vpravo:  $1+2x+y$ .       $\Rightarrow$  Hledáme kombinace dvou stejných kartiček a jedné jiné, které mají dohromady hodnotu 14  $\Rightarrow$  dvě možnosti:

- $X = D, Y = P$ ,
- $X = B, Y = C$ .

**Pedagogická poznámka:** Nedá se moc očekávat, že by následující příklad někdo vyřešil, ale chvíli si nad ním podumat žáci mohou.

**Př. 7:** Odhalování žolíků při srovnávání hromádek se starouškům docela líbilo, ale pan Moudrý nebyl úplně spokojený s tím, že u příkladů se dvěma druhy žolíků se často vyskytovaly situace, kdy bylo více řešení. Navrhni způsob, jak změnit zadání úloh, aby obsahovaly dva různé druhy žolíků a přesto vedly typicky k jednomu řešení.

Více řešení se vyskytuje proto, že máme k dispozici dva různé druhy kartiček, kterými se snažíme splnit jednu podmínku (pokud změním hodnotu jednoho typu žolíku, můžeme přizpůsobit hodnotu druhého typu žolíku, což u příkladu s jedním typem žolíku nejde.

Pokud budeme muset vyhovět dvěma podmínkám (budeme vyrovnávat dvě dvojice hromádek), tuto volnost ztratíme.

**Př. 8:** Další ztížení přineslo do hry současné vyrovnávání dvou párů hromádek. Zjisti jaký druh kartičky se skrývá pod oběma druhy žolíků.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $\begin{matrix} KKDXY & DDC \\ KBYY & DP \end{matrix}$ | b) $\begin{matrix} DTXY & XXBK \\ DKXXX & BBB \end{matrix}$ | c) $\begin{matrix} KXXY & CC \\ XY & TT \end{matrix}$ |
| d) $\begin{matrix} XXYY & PD \\ XY & TT \end{matrix}$     | e) $\begin{matrix} KXXY & PD \\ PBK & XXYY \end{matrix}$    |   |

- a)  $\begin{matrix} KKDXY & DDC \\ KBYY & DP \end{matrix}$

Z druhého srovnávání vypočteme  $Y$ :  $1+5+y+y=2+10$

$$6+2y=12$$

$$2y=6$$

$$y=3=T$$

Dosadíme do prvního srovnávání:  $KKDXT \quad DDC$ .

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádách:  $KKXT \quad DC$

Dosadíme:  $1+1+x+3=2+4$

$$5+x=6$$

$$x=6-5=1=K$$

Řešením je  $X=K, Y=T$ .

- b)  $\begin{matrix} DTXY & XXBK \\ DKXXX & BBB \end{matrix}$

Z druhého srovnávání vypočteme  $Y$ :  $2+1+y+y+y=5+5+5$

$$3+3y=15$$

$$3y=12$$

$$y=4=C$$

Dosadíme do prvního srovnávání:  $DTXY \quad XXBK$ .

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádách:  $DTY \quad XBK$

Dosadíme:  $2+3+4=x+5+1$

$$9=x+6$$

$$x=9-6=3=T$$

Řešením je  $X=T, Y=C$ .

$$\begin{array}{l} \text{c) } KXXY \quad CC \\ \quad XY \quad TT \end{array}$$

Ani z jednoho srovnání nemůžeme vyjádřit. Postřeh: levá strana druhého srovnání obsahuje dvojici  $XY$ , která komplikuje první srovnání  $\Rightarrow$  místo  $XY$  napíšeme do prvního srovnání dvojici  $TT$ .

$$KXTT \quad CC$$

Dosadíme:  $1 + x + 3 + 3 = 4 + 4$ .

$$x + 7 = 8$$

$$x = 8 - 7 = 1 = K$$

Dosadíme do druhého srovnání:  $KY = TT$ .

Dosadíme:  $1 + y = 3 + 3$

$$y = 6 - 1 = 5 = B$$

Řešením je  $X = K$ ,  $Y = B$ .

$$\begin{array}{l} \text{d) } XXYY \quad PD \\ \quad XY \quad TT \end{array}$$

V obou rovnicích je jsou dva žolíky.

Postřeh: druhé srovnání můžeme zdvojnásobit: z  $XY \quad TT$  na  $XXYY \quad TTTT$ .

Dosadíme do prvního srovnání:  $TTTT \quad PD$

$$3 + 3 + 3 + 3 = 10 + 2$$

$$12 = 12$$

Obě srovnání říkají to samé, jen pomocí jiných papírků.

Platí, ale kolik je  $X$  a  $Y$ ?

Zkusíme dosazovat od druhého srovnání.

$X$	1	2	3	4	5
$Y$	5	4	3	2	1

$$\begin{array}{l} \text{e) } KXYY \quad PD \\ \quad PBK \quad XXYY \end{array}$$

V obou srovnání máme dva žolíky, ani z jednoho srovnání nejde dosadit do druhého.

Nápad: V druhém srovnání je žolíků dvakrát tolik než bychom potřebovali  $\Rightarrow$  první srovnání zdvojíme.

$$KKXXYYYY \quad PPDD$$

Dosadíme z druhého srovnání:  $KKPBKYY \quad PPDD$ .

Vyškrtáme:  $KKBKYY \quad PDD$

Vypočteme:  $1 + 1 + 5 + 1 + y + y = 10 + 2 + 2$ .

$$8 + 2y = 14$$

$$2y = 14 - 8 = 6$$

$$y = 3 = T$$

Dosadíme do prvního srovnání:  $KXTT \quad PD$ .

Vypočteme:  $1 + x + 3 + 3 = 10 + 2$ .

$$x + 7 = 12$$

$$x = 12 - 7 = 5 = B$$

**Shrnutí:**

