

2.3.6 Vyčíslování výrazů

Předpoklady: 020305

Pedagogická poznámka: V první části hodiny se procvičuje řešení jednoduchých rovnic, v další se připravuje půda na těžší příklady v následujících hodinách. Poslední příklad je domácí procvičovací cvičení, které nemusí řešit žáci, kteří příklad 1 vyřešili bez chyby.

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $3x = 5$

b) $2 = x - 7$

c) $x - \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

d) $2x = \frac{3}{10}$

e) $-124 = x + 77$

f) $\frac{x}{7} = \frac{2}{3}$

g) $x \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{5}$

h) $x : \frac{2}{5} = \frac{15}{14}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x &= 5 & /: 3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{5}{3} \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2 &= x - 7 & /+7 \\ 2 + 7 &= x - 7 + 7 \\ 9 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x - \frac{2}{3} &= \frac{1}{2} & /+ \frac{2}{3} \\ x - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} \\ x &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 2x &= \frac{3}{10} & /: 2 \\ 2x : 2 &= \frac{3}{10} : 2 \\ x &= \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } -124 &= x + 77 & /-77 \\ -124 - 77 &= x + 77 - 77 \\ -201 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{x}{7} &= \frac{2}{3} & / \cdot 7 \\ \frac{x}{7} \cdot 7 &= \frac{2}{3} \cdot 7 \\ x &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } x \cdot \frac{2}{3} &= \frac{6}{5} & /: \frac{2}{3} \\ x \cdot \frac{2}{3} : \frac{2}{3} &= \frac{6}{5} : \frac{2}{3} \\ x &= \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{5} \\ x &= \frac{9}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } x : \frac{2}{5} &= \frac{15}{14} & / \cdot \frac{2}{5} \\ x : \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} &= \frac{15}{14} \cdot \frac{2}{5} \\ x &= \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 2} \cdot \frac{2}{5} \\ x &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Výrazy s neznámou představují číslo, jehož hodnotu můžeme určit až ve chvíli, kdy se rozhodneme, jaké číslo místo proměnné dosadíme.

Př. 2: Urči hodnotu výrazu $x+13$, jestliže za x dosadíme čísla -10 ; -3 ; 0 ; 5 (urči hodnotu výrazu $x+13$ pro $x \in \{-10; -3; 0; 5\}$).

- $x = -10: x+13 = -10+13 = 3$,
- $x = -3: x+13 = -3+13 = 10$,
- $x = 0: x+13 = 0+13 = 13$,
- $x = 5: x+13 = 5+13 = 18$.

Př. 3: Urči hodnoty výrazů pro $x \in \{-3; 0; 2\}$.

a) $2x-3$ b) $3(x+3)$ c) $\frac{2x+1}{3}$ d) $\frac{x+1}{3x-6}$

a) $2x-3$

- $x = -3: 2x-3 = 2 \cdot (-3) - 3 = -9$,
- $x = 0: 2x-3 = 2 \cdot 0 - 3 = -3$,
- $x = 2: 2x-3 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$.

b) $3(x+3)$

- $x = -3: 3(x+3) = 3(-3+3) = 0$,
- $x = 0: 3(x+3) = 3(0+3) = 9$,
- $x = 2: 3(x+3) = 3(2+3) = 15$.

c) $\frac{2x+1}{3}$

- $x = -3: \frac{2x+1}{3} = \frac{2(-3)+1}{3} = -\frac{5}{3}$,
- $x = 0: \frac{2x+1}{3} = \frac{2 \cdot 0 + 1}{3} = \frac{1}{3}$,
- $x = 2: \frac{2x+1}{3} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{3} = \frac{5}{3}$.

d) $\frac{x+1}{3x-6}$

- $x = -3: \frac{x+1}{3x-6} = \frac{-3+1}{3 \cdot (-3) - 6} = \frac{-2}{-15} = \frac{2}{15}$,
- $x = 0: \frac{x+1}{3x-6} = \frac{0+1}{3 \cdot 0 - 6} = -\frac{1}{6}$,
- $x = 2: \frac{x+1}{3x-6} = \frac{2+1}{3 \cdot 2 - 6} = \frac{3}{0}$ - nejde spočítat, nula nemůže být v čitateli zlomku.

Pedagogická poznámka: Následující příklad je vyrovňovací. Jakmile s hlavním proudem vyřešíme předchozí příklad a vyjasníme jeho poslední bod, postupujeme na příklad 5.

Př. 4: Urči hodnotu výrazu $2x + \frac{1}{3} - \frac{x}{x+1}$ pro $x \in \left\{-2; 1; \frac{1}{2}\right\}$.

$$x = -2: 2x + \frac{1}{3} - \frac{x}{x+1} = 2 \cdot (-2) + \frac{1}{3} - \frac{(-2)}{-2+1} = -4 + \frac{1}{3} - \frac{-2}{-1} = -4 + \frac{1}{3} - 2 = -6 + \frac{1}{3} = -\frac{17}{3}$$

$$x = 1: 2x + \frac{1}{3} - \frac{x}{x+1} = 2 \cdot 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{1+1} = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{12}{6} + \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{11}{6}$$

$$x = \frac{1}{2}: 2x + \frac{1}{3} - \frac{x}{x+1} = 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Pedagogická poznámka: U následujících příkladů je třeba průběžně komentovat a psát na tabuli řešení příkladů.

Př. 5: V tabulce je uvedeno řešení rovnice $2x + 6 = 10$ klasicky a v hromádkách. Doplň tabulku. Jak se provádí úprava $/:2$ v hromádkách? Je možné ji na hromádkách provést vždy?

$2x + 6 = 10 \quad /:2$	<i>XXTT</i> <i>BB</i>
	<i>XT</i> <i>B</i>

$2x + 6 = 10 \quad /:2$	<i>XXTT</i> <i>BB</i>
$x + 3 = 5 \quad /-3$	<i>XT</i> <i>B</i>
$x = 2$	<i>X = D = 2</i>

Úpravu $/:2$ můžeme provést pouze v případě, že na obou hromádkách jsou všechny papírky v sudých počtech. Její provedení znamená, že polovinu všech papírků každého druhu na obou hromádkách odstraníme.

Př. 6: Zapiš klasicky a v hromádkách (jako v předchozím příkladu, nejdříve s dělením) řešení rovnice $2x + 6 = 8$.

$2x + 6 = 8 \quad /:2$	<i>XXTT</i> <i>CC</i>
$x + 3 = 4 \quad /-3$	<i>XT</i> <i>C</i>
$x = 1$	<i>X = K = 1</i>

Př. 7: Zapiš klasicky a v hromádkách (jako v předchozích příkladech, nejdříve s dělením) řešení rovnice $2x + 6 = 4x + 2$.

$2x + 6 = 4x + 2 \quad /:2$	<i>XXTT</i> <i>XXXXKK</i>
$x + 3 = 2x + 1 \quad /-x$	<i>XT</i> <i>XXK</i>

$3 = x + 1 \quad / -1$	<i>T</i> <i>XX</i>
$2 = x$	<i>X = D = 2</i>

Př. 8: Zapiš klasicky a v hromádkách (jako v předchozím příkladu) řešení rovnice

$$\frac{x}{2} + 5 = x.$$

Problém: Levá strana rovnice obsahuje část proměnné \Rightarrow představíme si ji jako polovinu kartičky se žolíkem.

$\frac{x}{2} + 5 = x \quad / \cdot 2$	$\frac{X}{2} B \quad X$
$x + 10 = 2x \quad / -x$	<i>XBB</i> <i>XX</i>
$10 = x$	<i>BB</i> <i>X</i>

Př. 9: Zapiš klasicky a v hromádkách (jako v předchozím příkladu) řešení rovnice

$$\frac{x}{4} + 5 = x + 2.$$

Problém: Levá strana rovnice obsahuje část proměnné \Rightarrow představíme si ji jako čtvrtinu kartičky se žolíkem.

$\frac{x}{4} + 5 = x + 2 \quad / \cdot 4$	$\frac{X}{4} B \quad XD$
$x + 20 = 4x + 8 \quad / -x$	<i>XBBBB</i> <i>XXXXDDDD</i>
$20 = 3x + 8 \quad / -8$	<i>BBBB</i> <i>XXXDDDD</i>
$12 = 3x \quad / : 3$	$20 = 3x + 8$
$4 = x$	$x = 4 = C$

Př. 10: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $x - 87 = -125$ b) $\frac{1}{4} = \frac{x}{12}$ c) $x + \frac{2}{5} = \frac{1}{3}$
d) $\frac{x}{7} = \frac{3}{14}$ e) $-1242 = 3x$ f) $x \cdot \frac{3}{5} = \frac{10}{9}$

a) $x - 87 = -125 \quad / +87$
 $x - 87 + 87 = -125 + 87$
 $x = 38$

b) $\frac{1}{4} = \frac{x}{12} \quad / \cdot 12$
 $\frac{1}{4} \cdot 12 = \frac{x}{12} \cdot 12$
 $3 = x$

c) $x + \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \quad / -\frac{2}{5}$
 $x + \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{5}{15} - \frac{6}{15}$
 $x = -\frac{1}{15}$

d) $\frac{x}{7} = \frac{3}{14} \quad / \cdot 7$
 $\frac{x}{7} \cdot 7 = \frac{3}{14} \cdot 7$

e) $-1242 = 3x \quad / : 3$
 $-1242 : 3 = 3x : 3$
 $x = -414$

f) $x \cdot \frac{3}{5} = \frac{10}{9} \quad / : \frac{3}{5}$
 $x \cdot \frac{3}{5} : \frac{3}{5} = \frac{10}{9} : \frac{3}{5} = \frac{10}{9} \cdot \frac{5}{3}$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{50}{27}$$

Shrnutí: Pokud násobíme (dělíme) rovnici číslem, musíme vynásobit (vydělit) všechny členy na obou stranách.