

2.3.7 Řešení rovnic I

Předpoklady: 020306

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x = -8$

b) $-3 = x + 12$

c) $x + \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{x}{5} = \frac{3}{10}$

e) $x - 55 = 61$

f) $\frac{3}{4}x = \frac{2}{3}$

g) $3x - 2 = 13$

h) $\frac{x+1}{3} = 9$

a) $2x = -8 \quad / :2$

$$2x : 2 = -8 : 2$$

$$x = -4$$

b) $-3 = x + 12 \quad / -12$

$$-3 - 12 = x + 12 - 12$$

$$-15 = x$$

c) $x + \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \quad / -\frac{5}{6}$

$$x + \frac{5}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{2}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

d) $\frac{x}{5} = \frac{3}{10} \quad / \cdot 5$

$$\frac{x}{5} \cdot 5 = \frac{3}{10} \cdot 5$$

$$x = \frac{3 \cdot 5}{10} = \frac{3}{2}$$

e) $x - 55 = 61 \quad / +55$

$$x - 55 + 55 = 61 + 55$$

$$x = 116$$

f) $\frac{3}{4}x = \frac{2}{3} \quad / : \frac{3}{4}$

$$\frac{3}{4}x : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

g) $3x - 2 = 13 \quad / +2$

$$3x - 2 + 2 = 13 + 2$$

$$3x = 15 \quad / :3$$

$$3x : 3 = 15 : 3$$

$$x = 5$$

h) $\frac{x+1}{3} = 9 \quad / \cdot 3$

$$\frac{x+1}{3} \cdot 3 = 9 \cdot 3$$

$$x+1 = 27 \quad / -1$$

$$x+1-1 = 27-1$$

$$x = 26$$

Pedagogická poznámka: Nejčastěji v bodu a) se objevuje prapodivný zápis stavu po první úpravě: $2 : 2x = -8 : 2$. Je třeba zdůraznit, že jde o chybu, protože číslo $2x$ (původní hodnota levé strany) dělíme číslem 2 (ne obráceně).

Pedagogická poznámka: V bodech a) až f) se vyskytují chyby jen zřídka. V bodech g) a h) jsou daleko častější a v naprosté většině příkladů se týkají priority operací. Situaci využíváme už při kontrole k odstartování následující diskuse.

Proč jsme při řešení bodu g) $3x - 2 = 13$ nepostupovali takto?

$$3x - 2 = 13 \quad / :3$$

$$3x : 3 - 2 = 13 : 3$$

$$x - 2 = \frac{13}{3} \quad / +2$$

$$x - 2 + 2 = \frac{13}{3} + 2$$

$$x = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$$

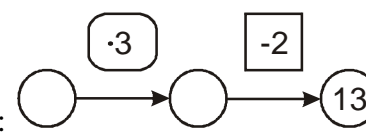
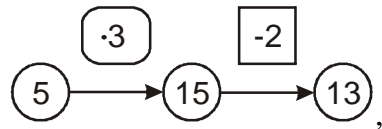
Špatně je hned první krok. Rovnice představuje rovnost dvou čísel (každá strana rovnice je jedno číslo) \Rightarrow pokud rovnici dělíme, musíme vydělit obě strany celé:

$$3x - 2 = 13 \quad /:3$$

$(3x - 2) : 3 = 13 : 3 \Rightarrow$ to rozhodně není žádné zjednodušení.

Jak poznáme, kterého čísla se máme zbavovat nejdříve? Několik možností:

- $3x - 2 = 13$, násobení má přednost, neznámé číslo nejdříve násobíme 3 a poté odečítáme dvojku \Rightarrow nejdříve se zbavíme dvojky (přičtením) a pak dělením čísla 3 (podobně jako rozebíráme balík – nejdříve rozbalujeme papír, který je od dárku nejdále),

- rovnici můžeme zapsat jako hada: , kterého pak řešíme odzadu (nejdříve krok -2) 

- rovnici můžeme přepsat na úlohu o čísle: „Hledáme číslo, které se po vynásobení třemi a odečtení dvou rovná číslu 13. Příklad opět řeší od konce (tedy přičtením 2).

Př. 2: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav. Obě rovnice zapiš pomocí hada a úlohy o hledání čísla. Hada vyřeš.

a) $3x + 7 = 1$

b) $4(x - 1) = 3$

a) $3x + 7 = 1 \quad / -7$

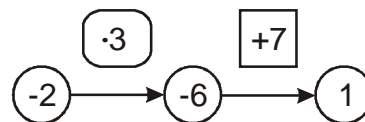
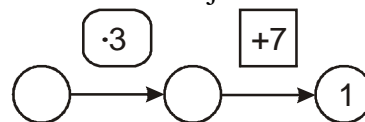
$$3x + 7 - 7 = 1 - 7$$

$$3x = -6 \quad /:3$$

$$3x : 3 = -6 : 3$$

$$x = -2$$

Hledáme číslo. Po vynásobení třemi a přičtení sedmi se rovná jedné.



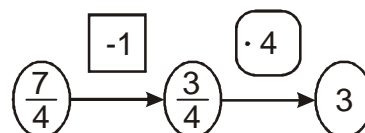
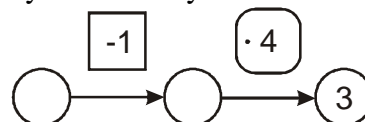
b) $4(x - 1) = 3 \quad /:4$

$$\frac{4(x - 1)}{4} = \frac{3}{4}$$

$$x - 1 = \frac{3}{4} \quad / +1$$

$$x = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

Hledáme číslo. Po odečtení jedné a vynásobení čtyřmi se rovná třem.



Pedagogická poznámka: Od tohoto okamžiku povolují zkrácený zápis řešení rovnic (bez „vynulování nebo vyjednicování“ odstraňovaného členu). Nikomu jej však nevnucují.

Př. 3: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x + 3 = 11$

b) $2(x + 1) = 8$

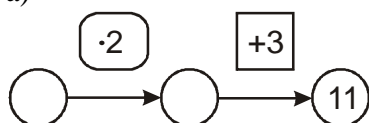
c) $\frac{x-3}{3} = 9$

d) $\frac{5x}{4} - 3 = -5$

e) $\frac{3x+2}{4} = \frac{2}{7}$

f) $\frac{2x-5}{3} + 2 = \frac{3}{4}$

a)



$$2x + 3 = 11 \quad / -3$$

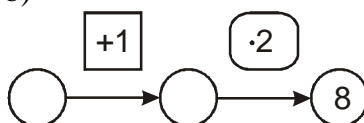
$$2x + 3 - 3 = 11 - 3$$

$$2x = 8 \quad / :2$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

b)



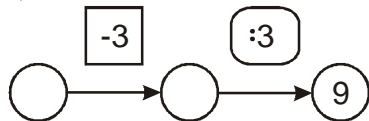
$$2(x + 1) = 8 \quad / :2$$

$$\frac{2(x+1)}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x + 1 = 4 \quad / -1$$

$$x = 4 - 1 = 3$$

c)



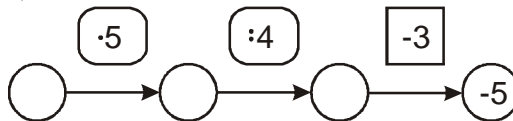
$$\frac{x-3}{3} = 9 \quad / \cdot 3$$

$$x - 3 = 9 \cdot 3$$

$$x - 3 = 27 \quad / +3$$

$$x = 30$$

d)



$$\frac{5x}{4} - 3 = -5 \quad / +3$$

$$\frac{5x}{4} = -5 + 3$$

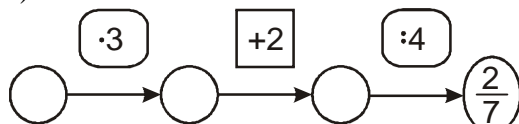
$$\frac{5x}{4} = -2 \quad / \cdot 4$$

$$5x = -2 \cdot 4$$

$$5x = -8 \quad / :5$$

$$x = -\frac{8}{5}$$

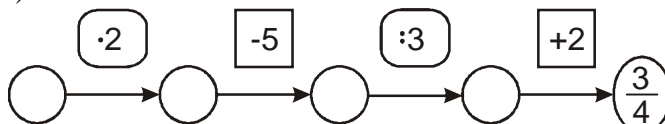
e)



$$\frac{3x+2}{4} = \frac{2}{7} \quad / \cdot 4$$

$$3x + 2 = \frac{8}{7} \quad / -2$$

f)



$$\frac{2x-5}{3} + 2 = \frac{3}{4} \quad / -2$$

$$\frac{2x-5}{3} = \frac{3}{4} - 2 = \frac{3}{4} - \frac{8}{4}$$

$$3x = \frac{8}{7} - 2 = \frac{8-14}{7}$$

$$3x = -\frac{6}{7} \quad /:3$$

$$x = -\frac{6}{7} : 3 = -\frac{2}{7}$$

$$\frac{2x-5}{3} = -\frac{5}{4} \quad / \cdot 3$$

$$2x-5 = -\frac{15}{4} \quad / +5$$

$$2x = -\frac{15}{4} + 5 = -\frac{15}{4} + \frac{20}{4}$$

$$2x = \frac{5}{4} \quad /:2$$

$$x = \frac{5}{8}$$

Pedagogická poznámka: V bodu d) je možné druhou a třetí operaci spojit do dělení rovnice zlomkem $\frac{5}{4}$.

Pedagogická poznámka: V následujícím příkladu opět požadují doma dopočítat to, co se nestihlo ve škole.

Př. 4: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x+1=5$

b) $3x+12=3$

c) $2(x-2)=8$

d) $\frac{x-1}{4}=11$

e) $3x-\frac{1}{3}=2$

f) $3(x+1)=5$

g) $\frac{3}{4}x+1=\frac{1}{2}$

h) $\frac{x+2}{4}=\frac{1}{2}$

a) $2x+1=5 \quad /-1$
 $2x=5-1$
 $2x=4 \quad /:2$
 $x=4:2=2$

b) $3x+12=3 \quad /-12$
 $3x=3-12$
 $3x=-9 \quad /:$
 $x=-9:3=-3$

c) $2(x-2)=8 \quad /:2$
 $x-2=8:2$
 $x-2=4 \quad /+2$
 $x=4+2=6$

d) $\frac{x-1}{4}=11 \quad / \cdot 4$
 $x-1=4 \cdot 11$
 $x-1=44 \quad /+1$
 $x=45$

e) $3x-\frac{1}{3}=2 \quad /+\frac{1}{3}$
 $3x=2+\frac{1}{3}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}$
 $3x=\frac{7}{3} \quad /:3$
 $x=\frac{7}{3}:3=\frac{7}{3} \cdot \frac{1}{3}=\frac{7}{9}$

f) $3(x+1)=5 \quad /:3$
 $x+1=\frac{5}{3} \quad /-1$
 $x=\frac{5}{3}-1=\frac{5}{3}-\frac{3}{3}=\frac{2}{3}$

g) $\frac{3}{4}x+1=\frac{1}{2} \quad /-1$
 $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}-1=\frac{1}{2}-\frac{2}{2}$
 $\frac{3}{4}x=-\frac{1}{2} \quad /:\frac{3}{4}$
 $\frac{3}{4}x=-\frac{1}{2}:\frac{3}{4}=-\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}=-\frac{2}{3}$

h) $\frac{x+2}{4}=\frac{1}{2} \quad / \cdot 4$
 $x+2=\frac{1}{2} \cdot 4$
 $x+2=2 \quad /-2$
 $x=2-2=0$

Shrnutí: U trošku složitějších rovnic je třeba dávat pozor na pořadí úprav (hadi pomáhají).