

2.3.9 Řešení rovnic III

Předpoklady: 020308

Pedagogická poznámka: První příklad je poměrně lehký. Je možné ho využít na úvodní opakování s tím, že příklad 1 se přeskakuje, pouze Ti, kteří se necítí jistí, ho mohou dělat, ale musí ho mít bez chyby (zatímco v příkladu 2 se jedna chyba promine).

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ b) $2x - 7 = 5$ c) $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$ d) $3x - 4 = 8$

a) $x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \quad / -\frac{1}{2}$
 $x = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6}$
 $x = \frac{1}{6}$

b) $2x - 7 = 5 \quad / +7$
 $2x = 5 + 7$
 $2x = 12 \quad / :2$
 $x = 12 : 2 = 6$

c) $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2} \quad / : \frac{2}{3}$
 $x = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

d) $3x - 4 = 8 \quad / +4$
 $3x = 8 + 4$
 $3x = 12 \quad / :3$
 $x = 12 : 3 = 4$

Př. 2: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $\frac{4x+1}{3} = 2$ b) $3(x-2)+4=7$ c) $3(2x-1)=2$
d) $0,5(x-0,4) + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

a) $\frac{4x+1}{3} = 2 \quad / \cdot 3$
 $4x+1 = 2 \cdot 3$
 $4x+1 = 6 \quad / -1$
 $4x = 6-1$
 $4x = 5 \quad / :4$
 $x = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

b) $3(x-2)+4=7 \quad / -4$
 $3(x-2) = 7-4$
 $3(x-2) = 3 \quad / :3$
 $x-2 = 3:3$
 $x-2 = 1 \quad / +2$
 $x = 1+2 = 3$

c) $3(2x-1) = 2 \quad / :3$
 $2x-1 = \frac{2}{3} \quad / +1$

d) $0,5(x-0,4) + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad / -\frac{1}{2}$

$$2x = \frac{2}{3} + 1 \qquad 1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$2x = \frac{5}{3} \quad /:2$$

$$x = \frac{5}{3} : 2 \qquad \frac{5}{3} : 2 = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}(x-0,4) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2}(x-0,4) = -\frac{1}{6} \quad / \cdot 2$$

$$x-0,4 = -\frac{1}{6} \cdot 2$$

$$x - \frac{4}{10} = -\frac{1}{3} \quad / + \frac{4}{10}$$

$$x = -\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = -\frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{1}{15}$$

Př. 3: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $2x - 2 = x + 5$

b) $5x + 3 = 3x - 5$

c) $2x + 17 = 2 - x$

a) $2x - 2 = x + 5 \quad / +2$

$$2x = x + 5 + 2$$

$$2x = x + 7 \quad / -x$$

$$2x - x = 7$$

$$x = 7$$

b) $5x + 3 = 3x - 5 \quad / -3$

$$5x = 3x - 5 - 3$$

$$5x = 3x - 8 \quad / -3x$$

$$5x - 3x = -8$$

$$2x = -8 \quad / :2$$

$$x = -4$$

c) $2x + 17 = 2 - x \quad / -17$

$$2x = 2 - 17 - x$$

$$2x = -15 - x \quad / +x$$

$$2x + x = -15$$

$$3x = -15 \quad / :3$$

$$x = -15 : 3 = -5$$

Co znamená úprava $2x = -15 - x \quad / +x$ v posledním bodu?

- V řeči ekvivalentních úprav: K rovnici, od jejíž pravé strany máme odečítat neznámé číslo x , jsme přičetli toto neznámé číslo x . Na pravé straně se pak neznámé číslo vůbec nevyskytuje.
- V řeči hromádek: Na pravé hromádce leží karta rušící kartu se žolíkem \Rightarrow na obě hromádky přidáme kartu se žolíkem, na pravé hromádce se tento žolík vyruší s rušící kartou.

Př. 4: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $3x - 2 - x = x - 3$

b) $4x - 2 = x - 3x + 1$

c) $3x + 1 = \frac{x}{2}$

a) $3x - 2 - x = x - 3$

$$2x - 2 = x - 3 \quad / +2$$

$$2x = x - 1 \quad / -x$$

$$x = -1$$

b) $4x - 2 = x - 3x + 1$

$$4x - 2 = -2x + 1 \quad / +2$$

$$4x = -2x + 3 \quad / +2x$$

$$6x = 3 \quad / :6$$

$$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

c) $3x + 1 = \frac{x}{2} \quad / \cdot 2$

$$2(3x + 1) = 2 \cdot \frac{x}{2}$$

$$\begin{aligned}
6x+2 &= x & /-x \\
5x+2 &= 0 & /-2 \\
5x &= -2 & /:5 \\
x &= -\frac{2}{5}
\end{aligned}$$

Jak jsme postupovali při řešení rovnice $3x+1 = \frac{x}{2}$ v posledním bodu?

- V řeči ekvivalentních úprav: Na pravé straně rovnice jsme měli jen polovinu hodnoty neznámé \Rightarrow celou rovnici (obě strany kvůli zachování rovnosti) jsme vynásobili dvěma (a tedy i obě čísla, která jsme měli na levé straně).
- V řeči hromádek: Na pravé hromádce leží polovina žolíka \Rightarrow obě hromádky zdvojíme (abychom nemuseli trhat další karty) \Rightarrow na levé hromádce musíme zdvojit jak počet žolíků, tak počet Káček.

Př. 5: Vyřeš rovnice.

$$\text{a) } 2x-3 = \frac{x}{2} \qquad \text{b) } \frac{x}{3}+1 = 2x-5 \qquad \text{c) } \frac{3x}{2}-2 = x-3 \qquad \text{d) } \frac{7}{x} = 2$$

$$\text{a) } 2x-3 = \frac{x}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 \cdot (2x-3) = \frac{x}{2} \cdot 2$$

$$4x-6 = x \quad /-x$$

$$4x-x-6 = 0$$

$$3x-6 = 0 \quad /+6$$

$$3x = 6 \quad /:3$$

$$x = 6 : 3 = 2$$

$$\text{b) } \frac{x}{3}+1 = 2x-5 \quad / \cdot 3$$

$$3 \left(\frac{x}{3}+1 \right) = (2x-5) \cdot 3$$

$$x+3 = 6x-15 \quad /+15$$

$$x+3+15 = 6x \quad /-x$$

$$18 = 6x - x$$

$$5x = 18$$

$$x = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

$$\text{c) } \frac{3x}{2}-2 = x-3 \quad / \cdot 2$$

$$2 \cdot \left(\frac{3x}{2}-2 \right) = (x-3) \cdot 2$$

$$3x-4 = 2x-6 \quad /+4$$

$$3x = 2x-2 \quad /-2x$$

$$3x-2x = -2$$

$$x = -2$$

$$\text{d) } \frac{7}{x} = 2 \quad / \cdot x \qquad x \neq 0$$

$$x \cdot \frac{7}{x} = 2 \cdot x$$

$$7 = 2x \quad /:2$$

$$\frac{7}{2} = x$$

Pedagogická poznámka: Podmínku v bodu d) nijak moc neřešíme.

Př. 6: Vyřeš rovnice.

a) $\frac{3x-2}{5} = 2$

b) $2-3x = 2x-3$

c) $\frac{x-1}{4} = 2x+3$

d) $\frac{x+1}{x} = 2$

a) $\frac{3x-2}{5} = 2 \quad / \cdot 5$

$3x-2 = 10 \quad / +2$

$3x = 12 \quad / :3$

$x = 4$

c) $\frac{x-1}{4} = 2x+3 \quad / \cdot 4$

$x-1 = 8x+12 \quad / -x$

$-1 = 7x+12 \quad / -12$

$-13 = 7x \quad / :7$

$x = -\frac{13}{7}$

b) $2-3x = 2x-3 \quad / +3x$

$2 = 5x-3 \quad / +3$

$5 = 5x \quad / :5$

$x = 1$

d) $\frac{x+1}{x} = 2 \quad / \cdot x \quad x \neq 0$

$x+1 = 2x \quad / -x$

$1 = x$

Shrnutí: Pokud násobíme rovnici číslem, musíme číslem vynásobit všechny členy a obou stranách rovnice.