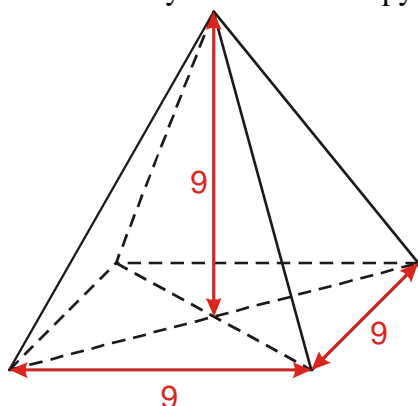


## 2.3.11 Vzorce I

**Předpoklady:** 020310

**Pedagogická poznámka:** V hodině nechám žáky řešit první dva příklady, pak si řekneme výsledky a spočítáme, kolik lidí udělalo chybu v prvním příkladu a kolik v druhém. Poměrně jasně se ukáže, že slovní popisy složitějších postupů rychle přestávají být srozumitelné (v posledním průchodu jsme v prvním příkladu měli dvě početní chyby, ani jednu chybu v postupu, v druhém příkladu bylo chyb v postupu asi osm).

**Př. 1:** Dušan se rozhodl, že si na zahradě postaví něco speciálního. Dlouho přemýšlel a nakonec si vybral betonovou pyramidu.

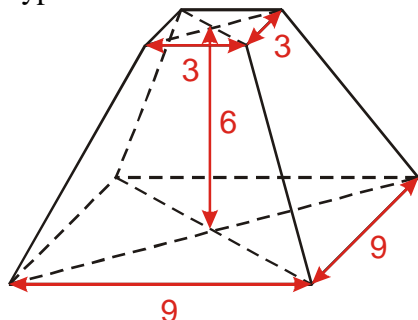


Aby věděl, kolik musí objednat betonu, začal počítat její objem podle následujícího slovního popisu z prastaré moudré knihy: "Vezmi délku základny a vynásob ji samu se sebou, vzniklé číslo násob ještě výškou pyramidy a výsledek, který takto získáš, vyděl třemi."

Vypočti objem jeho pyramidy.

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \frac{1}{3} = 243$$

**Př. 2:** Ještě než začal betonovat, dozvěděli se o jeho stavbě sousedé. Vysoká pyramida se jim nelíbila a tak Dušana nahlásili na stavebním úřadu. Po dlouhém jednání s úřady získal stavební povolení, ale musel se vzdát špičky pyramidy. Plán stavby nyní vypadal takto:



Dušan otevřel prastarou knihu, vyhledal popis a začal počítat: "Objem pyramidy s useknutým vrcholem vypočteš v několika krocích. Nejdříve vynásob délku dolní základny samu se sebou, pak vynásob délku horní základny samu se sebou a nakonec

vynásob délku dolní základny s délkou horní základny. Takto získáš tři čísla, která musíš společně sečíst. Tak získáš číslo čtvrté, které ještě vynásobíš výškou a výsledek vydělíš třemi.

Vypočti objem useklé pyramidy.

Nejdříve vynásob délku dolní základny samu se sebou:  $9 \cdot 9 = 81$ .

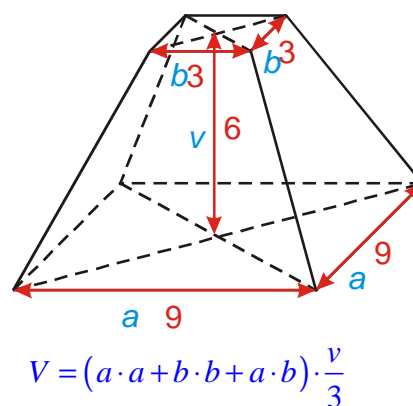
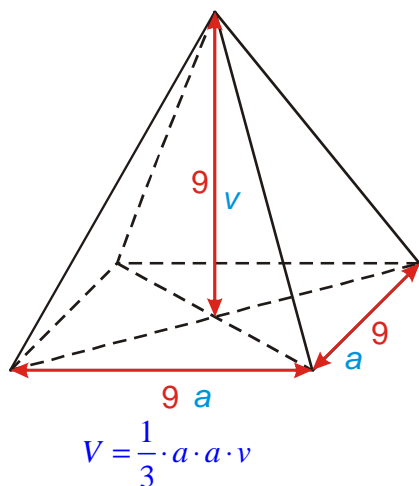
vynásob délku horní základny samu se sebou:  $3 \cdot 3 = 9$ .

vynásob délku dolní základny s délkou horní základny:  $9 \cdot 3 = 27$ .

Získaná tři čísla musíš společně sečíst:  $81 + 9 + 27 = 117$ .

Čtvrté číslo vynásobíš výškou a výsledek vydělíš třemi:  $117 \cdot 6 : 3 = 234$ .

**Př. 3:** Počítání nebylo jednoduché a trvalo dlouho, než Dušan dospěl vícekrát ke stejnému výsledku. Nakonec si byl Dušan svým výpočtem jistý, ale když ho hrdě ukázal v betonárce, všichni se smáli, až se za břicho popadali. Pak si vzali jeho obrázky, něco do nich dokreslili a vrátili mu je se slovy: "To musela být hodně stará knížka, dneska se to dělá takhle".



Spočti objemy způsobem, který používají zaměstnanci betonárky.

$$V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \text{ m}^3 = 243 \text{ m}^3$$

$$V = (a \cdot a + b \cdot b + a \cdot b) \cdot \frac{v}{3} = (9 \cdot 9 + 3 \cdot 3 + 9 \cdot 3) \cdot \frac{6}{3} \text{ m}^3 = 234 \text{ m}^3$$

Zápis postupu nějakého výpočtu pomocí matematických operací a proměnných nazýváme **vzorec**.

Výpočet pomocí vzorce probíhá ve dvou krocích:

- dosadíme do vzorce (místo proměnných napíšeme konkrétní hodnoty),
- vypočteme (většinou pomocí kalkulačky nebo počítače) číselný výraz.

$$V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \text{ m}^3 = 243 \text{ m}^3$$

$$V = (a \cdot a + b \cdot b + a \cdot b) \cdot \frac{v}{3} = (9 \cdot 9 + 3 \cdot 3 + 9 \cdot 3) \cdot \frac{6}{3} \text{ m}^3 = 234 \text{ m}^3$$

**Př. 4:** Najdi způsob, jak zkontrolovat, že výsledky příkladu 3 jsou zřejmě správné.

Spočteme objem pyramidy, kterou jsme usekli z vrcholu, a mělo by platit, že její objem je rozdíl spočtených objemů.

$$V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ m}^3 = 9 \text{ m}^3$$

Platí:  $243 - 9 = 234 \Rightarrow$  vzorce zřejmě platí.

**Př. 5:** Kolik by měl Dušan zaplatit za beton, když  $\text{m}^3$  betonu stojí 2000 Kč?

$$234 \cdot 2000 = 468000 \text{ Kč}$$

**Př. 6:** Napiš vzorec pro obvod  $o$  a obsah  $S$  čtverce o straně  $a$ .

$$o = 4a$$

$$S = a \cdot a = a^2$$

**Př. 7:** Napiš vzorec pro obvod  $o$  a obsah  $S$  obdélníku se stranami  $a, b$ .

$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

$$S = ab$$

**Př. 8:** Napiš vzorec pro objem  $V$  a povrch  $P$  krychle o straně  $a$ .

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$P = 6a \cdot a = 6a^2$$

**Př. 9:** Napiš vzorec pro objem a povrch kvádru se stranami  $a, b, c$ .

$$V = abc$$

$$P = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$$

**Př. 10:** Dušan se nakonec rozhodl raději pro bazén. Naplánoval ho velikoryse 20 x 10 m, hloubka vody 1,5 metru. Kolik zaplatí za jeho napuštění, když  $\text{m}^3$  vody stojí 75 Kč?

$$V = abc = 20 \cdot 10 \cdot 1,5 \text{ m}^3 = 300 \text{ m}^3$$

$$\text{Cena: } 300 \cdot 75 = 22\,500 \text{ Kč}$$

Dušan zaplatí za jedno napuštění bazénu 22 500 Kč.

**Př. 11:** Na délce i hloubce svého bazénu Dušan kvůli plavání trvá. Jak musí být bazén široký, aby jedno napuštění nestálo více než 6000 Kč?

Možný objem bazénu:  $6000 : 75 = 80 \text{ m}^3$ .

$$a = \frac{V}{bc} = \frac{80}{20 \cdot 1,5} = 2,7 \text{ m}$$

Bazén musí být široký maximálně 2,7 m, aby jeho napuštění nestálo více než 6000 Kč.

**Shrnutí:** Početní postupy můžeme přehledně a elegantně zapisovat pomocí vzorců.