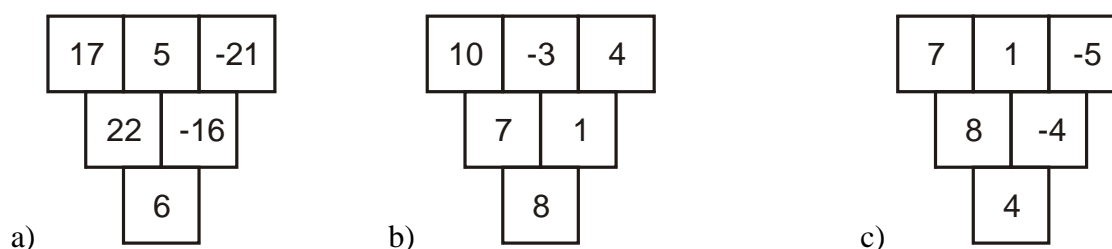
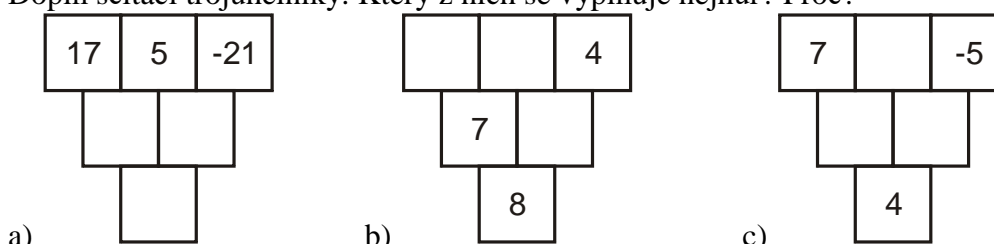


2.3.16 Sčítací trojúhelníky bez tajemství

Předpoklady: 020315

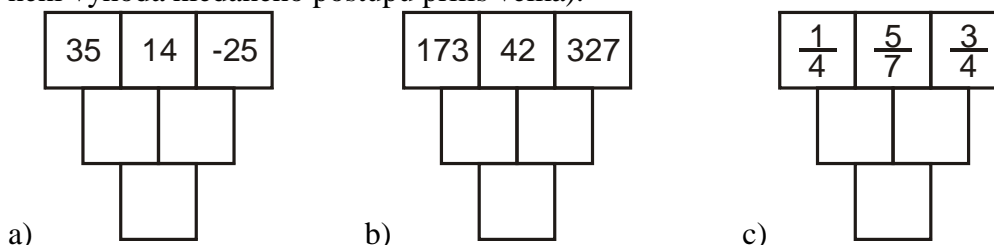
Pedagogická poznámka: Hodinu je možné přeskočit, ale myslím, že je velmi užitečná. Žáci v ní mohou snadno vidět, že závěry, ke kterým by bez proměnných došli jen s obtížemi (nebo v případě složitějších trojúhelníků vůbec ne) se s pomocí písmenek dají získat poměrně snadno.

Př. 1: Doplň sčítací trojúhelníky. Který z nich se vyplňuje nejhůř? Proč?



Nejobtížnější bylo vyplňování třetího trojúhelníku. Nemohli jsme jednoznačně doplňovat políčka v trojúhelníku, jako u ostatních trojúhelníků, museli jsme zkusit různá čísla do prostředního pole a zkusit, zda nevyjde číslo 4.

Př. 2: Najdi postup jak určit číslo ve vrcholu trojúhelníku z horní řádky bez toho, abys spočítal prostřední řádku. Objevení správného postupu Ti umožní velmi snadno spočítat číslo ve vrcholu u následujících příkladů (u nepřipravených trojúhelníků není výhoda hledaného postupu příliš velká).



Při řešení trojúhelníku s horní řádkou o délce 3 získáme hodnotu ve vrcholu sečtením čísel v prostřední řádce. Levé číslo je součet levého a prostředního čísla, pravé číslo je součet pravého a prostředního čísla \Rightarrow ve výsledném čísle jsou krajní čísla započtena jednou a prostřední číslo dvakrát.

a)

35	14	-25

 $35 - 25 + 2 \cdot 14 = -10 + 28 = 38$ Kontrola:

35	14	-25
49	-11	
	38	

b)

173	42	327

 $173 + 327 + 2 \cdot 42 = 500 + 84 = 584$ Kontrola:

173	42	327
215	369	
	584	

c)

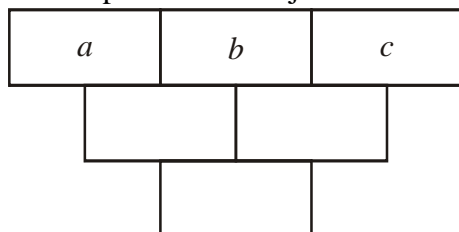
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$

 $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{7} = 1 + \frac{10}{7} = \frac{17}{7}$ Kontrola:

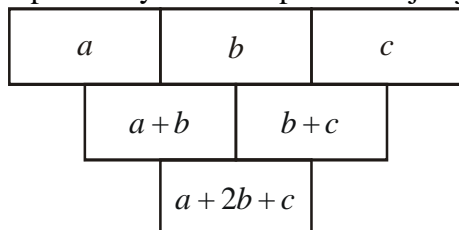
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{27}{28}$	$\frac{41}{28}$	
	$\frac{17}{7}$	

Pravidlo, které jsme hledali v předchozím příkladu, nám poměrně lehko ukáží proměnné a rovnice.

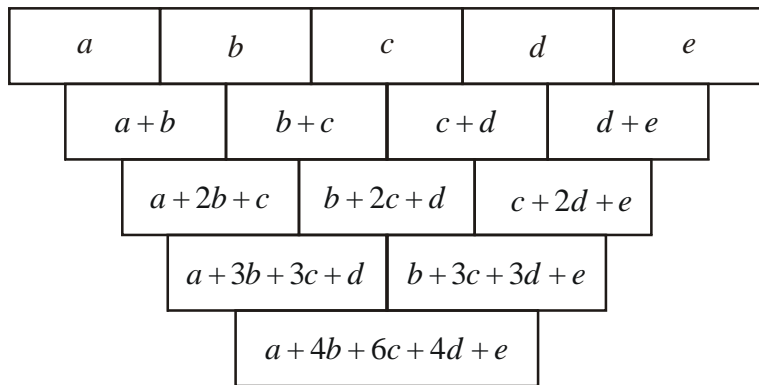
Čísla v první řádce trojúhelníku neznáme \Rightarrow označíme si je pomocí neznámých.



S písmenky můžeme počítat stejně jako s čísly \Rightarrow můžeme začít vyplňovat trojúhelník.

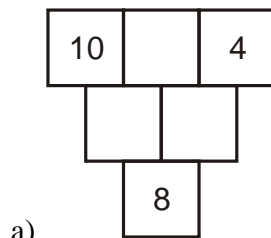
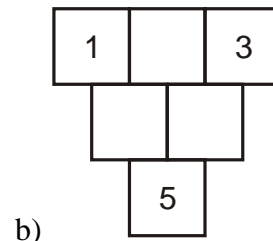
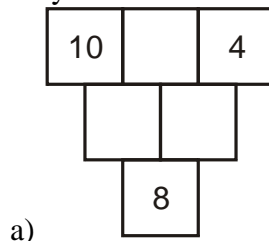


Vzoreček ve vrcholu nám ihned říká, co jsme předtím složitě hádali: vrcholové číslo se rovná součtu krajních čísel první řádky a dvojnásobku prostředního čísla.



$a+4b+6c+4d+e$: Vrcholové číslo získáme tak, že sečteme krajní čísla, čtyřnásobky jejich sousedů a šestnásobek prostředního čísla.

Př. 5: Najdi chybějící číslo v první řádce trojúhelníku, snaž se vyhnout metodě pokus-omyl.



V příkladu 2 jsme zjistili, že pro vrcholové číslo platí: $v = a + c + 2b$ (rovná se součtu krajních čísel a dvojnásobku prostředního čísla). Jde o jednoduchý vzorec, ze kterého můžeme spočítat prostřední číslo b .

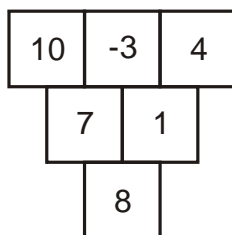
$$v = a + c + 2b \quad / -a - c$$

$$v - a - c = 2b \quad / : 2$$

$$b = \frac{v - a - c}{2}$$

$$\text{Dosadíme: } b = \frac{v - a - c}{2} = \frac{8 - 10 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Kontrola:



b) Použijeme vzoreček odvozený v předchozím bodu a rovnou dosadíme:

$$b = \frac{v-a-c}{2} = \frac{5-3-1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Kontrola:

1	0,5	3
1,5	3,5	
	5	

Př. 6: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $\frac{x}{2} + 7 = -2$

b) $\frac{3x+1}{3} = 2$

c) $2x+5 = 3-x$

d) $\frac{x}{3} - 2x = 5$

Př. 7: Vypočti rovnice.

a) $\frac{2}{x} = 3$

b) $\frac{3}{x} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{5}{x+1} = 2$

d) $\frac{4}{2x+1} = 3$

Př. 8: Vypočti rovnici $\frac{4}{2x+1} = \frac{3}{x-3}$.

Shrnutí: