

2.3.17 Vzorce a rovnice - shrnutí

Předpoklady: 020315

Důležité znalosti

- x (nebo jiné písmeno) – „neznámá“, „žolíček“, místo, kam potřebujeme napsat číslo, ale zatím nevíme jaké.
- Rovnice představuje rovnost dvou čísel (která by vznikla z obou stran dosazením za neznámé) \Rightarrow pokud něco uděláme s jednou stranou, musíme to pro zachování rovnosti udělat i s druhou.
- Úpravy rovnic musíme dělat ve správném pořadí (nejdříve odstraňujeme čísla, která jsou od x nejdále – V rovnici $\frac{2x-1}{3} + 4 = 5$ je pořadí úprav $/-4, / \cdot 3, /+1, /:2$).
- Číslem před závorkou se násobí všechny členy uvnitř: $2(3x+5) = 6x+10$.
- Když násobíme rovnici číslem, musíme vynásobit všechny členy na obou stranách:
 $\frac{x}{2} + 3 = 2x - 1 \quad / \cdot 2$
 $x + 6 = 4x - 2$.
- Při násobení součinu se nenásobí každé číslo: $2 \cdot (3 \cdot x) = 2 \cdot 3 \cdot x = 6x$ (špatně)
 $2 \cdot (3 \cdot x) \neq 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x = 12x$ - pokud máme dvě hromádky po třech žolíčích, máme šest žolíků).

Zádrhele

- Čísla od x musíme odstraňovat ve správném pořadí.

Dobré rady

- Když nevíme co s x , zkusíme si představit, co bychom udělali s normálním číslem.
- Neznámé se chovají jako karty s žolíkem ($2x + 3x = 5x$, když dáme ke dvěma žolíkům tři další, máme pět žolíků).

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $x + \frac{5}{3} = -\frac{1}{4}$

b) $2x + 11 = 3$

c) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$

d) $5x - 2 = x + 7$

e) $2x - \frac{3}{4} = 3x + \frac{1}{2}$

f) $2x - 2 = 1 - 3x$

a) $x + \frac{5}{3} = -\frac{1}{4} \quad / \frac{5}{3}$

$$x = -\frac{1}{4} - \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{-3}{12} - \frac{20}{12} = -\frac{23}{12}$$

b) $2x + 11 = 3 \quad / -11$

$$2x = 3 - 11$$

$$2x = -8 \quad / :2$$

$$x = -\frac{8}{2} = -4$$

$$c) \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{4} \quad / + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{5}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{7}{4} \quad / : \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7}{4} : \frac{2}{3} = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$$

$$e) 2x - \frac{3}{4} = 3x + \frac{1}{2} \quad / -2x$$

$$-\frac{3}{4} = 3x - 2x + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4} = x + \frac{1}{2} \quad / - \frac{1}{2}$$

$$d) 5x - 2 = x + 7 \quad / -x$$

$$5x - x - 2 = 7$$

$$4x - 2 = 7 \quad / +2$$

$$4x = 7 + 2$$

$$4x = 9 \quad / :4$$

$$x = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$f) 2x - 2 = 1 - 3x$$

$$3x + 2x - 4 = 3$$

$$5x - 4 = 3 \quad / +4$$

$$5x = 7 \quad / :5$$

$$x = \frac{7}{5}$$

Př. 2: Vypočti rovnice.

$$a) \frac{3}{x} = 7$$

$$b) \frac{2}{x-1} = 4$$

$$c) \frac{4}{2x+3} = 3$$

$$d) \frac{3}{x+2} = \frac{2}{x-1}$$

$$a) \frac{3}{x} = 7 \quad / \cdot x$$

$$3 = 7x \quad / :7$$

$$x = \frac{3}{7}$$

$$b) \frac{2}{x-1} = 4 \quad / \cdot (x-1)$$

$$2 = 4(x-1) \quad / :4$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = x-1 \quad / +1$$

$$x = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$c) \frac{4}{2x+3} = 3 \quad / \cdot (2x+3)$$

$$4 = 3(2x+3)$$

$$4 = 6x+9 \quad / -9$$

$$-5 = 6x \quad / :6$$

$$-\frac{5}{6} = x$$

$$d) \frac{3}{x+2} = \frac{2}{x-1} \quad / \cdot (x+2)$$

$$3 = \frac{2(x+2)}{x-1} \quad / \cdot (x-1)$$

$$3(x-1) = 2(x+2)$$

$$3x-3 = 2x+4 \quad / -2x$$

$$x-3 = 4 \quad / +3$$

$$x = 7$$

Př. 3: Ze vzorce vyjádři proměnnou v závorce:

a) $o = \pi d$ $\{d\}$ b) $S = 2\pi r v$ $\{v\}$ c) $o = a + b + c + d$ $\{c\}$

d) $s = vt$ $\{v\}$ e) $\rho = \frac{m}{V}$ $\{m\}$ f) $\rho = \frac{m}{V}$ $\{V\}$

a) $o = \pi d$ $/: \pi$

$$\frac{o}{\pi} = d$$

c) $o = a + b + c + d$ $/-d$

$$o - d = a + b + c$$

$$o - a - b - d = c$$

e) $\rho = \frac{m}{V}$ $/\cdot V$

$$\rho V = m$$

b) $S = 2\pi r v$ $/: 2\pi r$

$$v = \frac{S}{2\pi r}$$

d) $s = vt$ $:t$

$$v = \frac{s}{t}$$

f) $\rho = \frac{m}{V}$ $/\cdot V$

$$\rho V = m$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Př. 4: Julča je j let. Urči výrazem, kolik let je nyní ostatním členům rodiny pokud:

- a) bratr je o třetinu starší než Julča,
- b) Julča je o tři roky starší než sestra,
- c) babička je čtyřikrát starší než Julča,
- d) tatínek byl před dvěma lety třikrát starší než Julča,
- e) maminka bude za sedm let dvakrát starší než Julča.

a) bratr je o třetinu starší než Julča: $j + \frac{1}{3}j = \frac{4}{3}j$

b) Julča je o tři roky starší než sestra: $j - 3$

c) babička je čtyřikrát starší než Julča: $4j$

d) tatínek byl před dvěma lety třikrát starší než Julča: $3(j - 2) + 2$

e) maminka bude za sedm let dvakrát starší než Julča: $2(j + 7) - 7$.

Př. 5: Ája chodí na brigádu a má slíbeno za dokončení celého úkolu celkem k Kč. Ája předpokládá, že se jí to podaří za d dní. Kolik peněz vydělá každý den? Kolik peněz by za den vydělala, kdyby se jí podařilo stihnout úkol o dva dny dříve? Kolik peněz by vydělala každý den, kdyby jí po rychlejším dokončení úkolu dali o třetinu více než slíbili?

Peníze vydělané za den: $\frac{k}{d}$.

Peníze vydělané za den, pokud úkol stihne o dva dny dříve: $\frac{k}{d-2}$.

Peníze vydělané za den, pokud úkol stihne o dva dny dříve a dostane o třetinu více: $\frac{\frac{4}{3}k}{d-2}$.

Shrnutí: