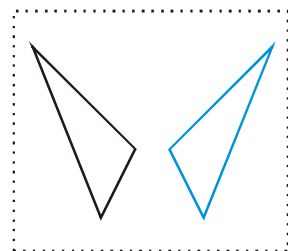
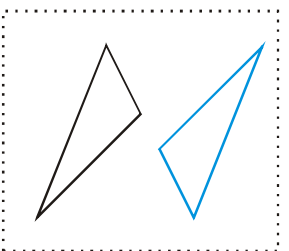
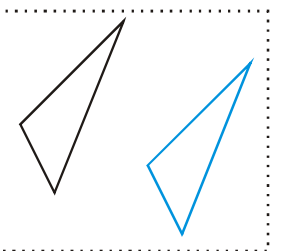
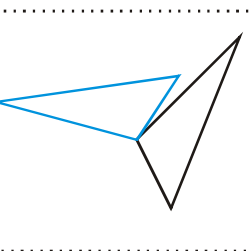
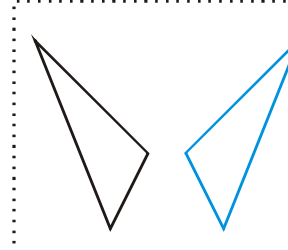
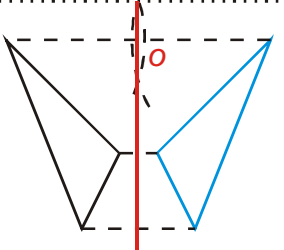
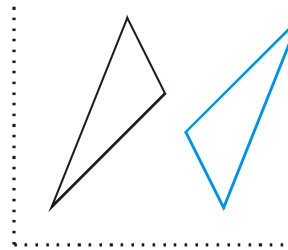
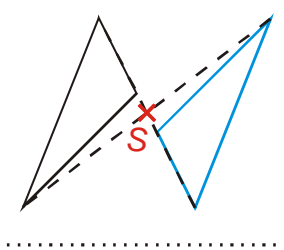
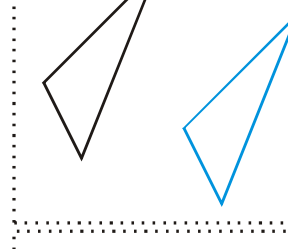
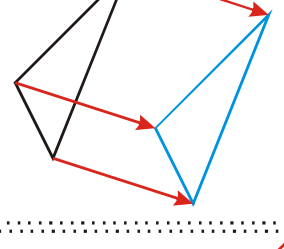
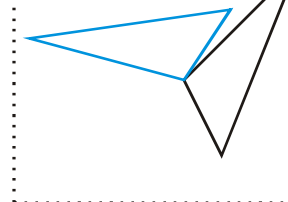
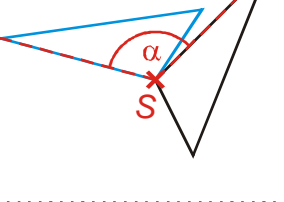


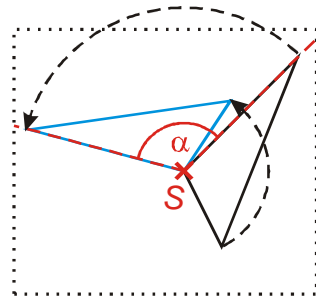
## 2.4.8 Otočení I

**Předpoklady:** 020407

**Př. 1:** Uvnitř každého čtverce je dvojice shodných trojúhelníků (černý je vzor, modrý je obraz). Jakým způsobem vznikl obraz ze vzoru? Narýsuj charakteristický prvek každého zobrazení (například střed souměrnosti, ...).

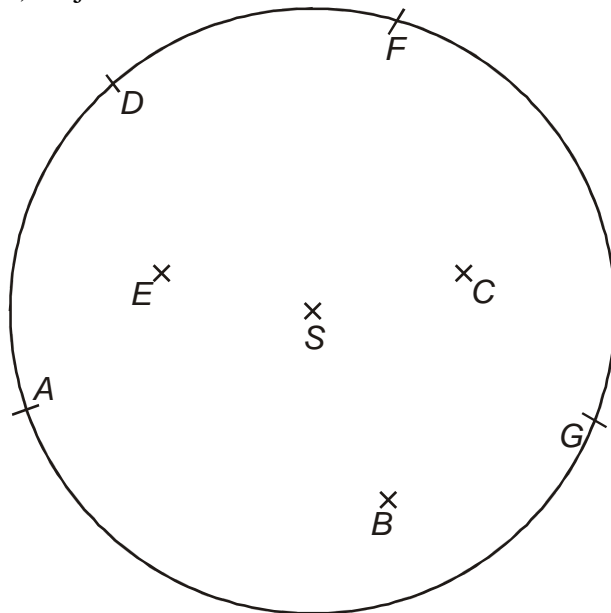
			
	<p>Trojúhelníky jsou osově souměrné (přehnutím papíru můžeme černý zobrazit na modrý). Osu souměrnosti najdeme jako osu ohraničených dvojicí bodů vzor-obraz.</p>		
	<p>Trojúhelníky jsou středově souměrné. Střed souměrnosti najdeme jako průsečík přímk, které spojují dvojice bodů vzor-obraz.</p>		
	<p>Trojúhelníky jsou posunuté (modrý vznikl posunutím černého). Charakteristikou posunutí je šipka, která ukazuje posunutí, kterým ze vzoru získáme obraz.</p>		
	<p>Modrý trojúhelník vznikl otočením černého okolo společného vrcholu. Otočení charakterizuje střed otáčení a úhel, o který jsme trojúhelník otočili.</p>		

**Př. 2:** Vyznač na posledním obrázku předchozího příkladu obloučkem, jakým způsobem se otáčel každý z vrcholů trojúhelníku.



**Př. 3:** Na obrázku je kružnice se středem v bodě  $S$  a několik vyznačených bodů.

- Do kterých z vyznačených bodů se může zobrazit bod  $A$  při otočení o libovolný úhel okolo středu  $S$ ?
- Do kterých z vyznačených bodů se může zobrazit bod  $C$  při otočení o libovolný úhel okolo středu  $S$ ?
- Vyznač všechny body, do kterých můžeme okolo středu  $S$  otočit bod  $B$ .
- Změř úhel, o který se otočil okolo středu  $S$  bod  $A$ , když se zobrazil na body nalezené v bodě a).
- Najdi obraz bodu  $B$  v otočení okolo středu  $S$  o  $45^\circ$ .

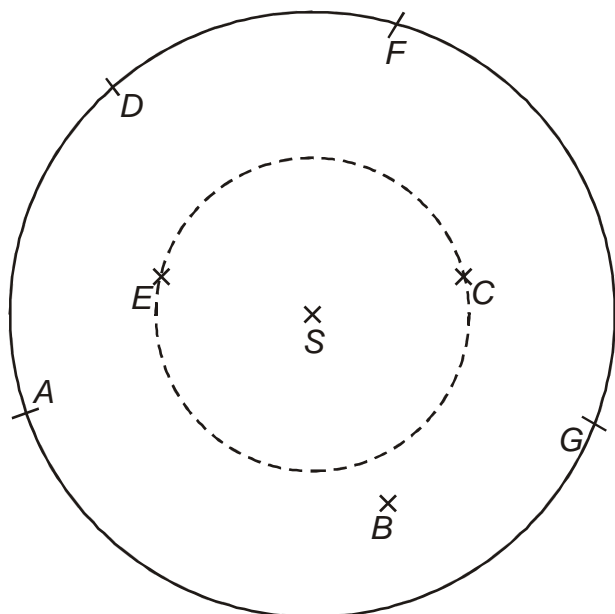


a) Do kterých z vyznačených bodů se může zobrazit bod  $A$  při otočení o libovolný úhel okolo středu  $S$ ?

Bod  $A$  se může zobrazit do bodů  $D$ ,  $F$  a  $G$ . (body na vyznačené kružnici se středem  $S$  a poloměrem  $|SA|$ ).

b) Do kterých z vyznačených bodů se může zobrazit bod  $C$  při otočení o libovolný úhel okolo středu  $S$ ?

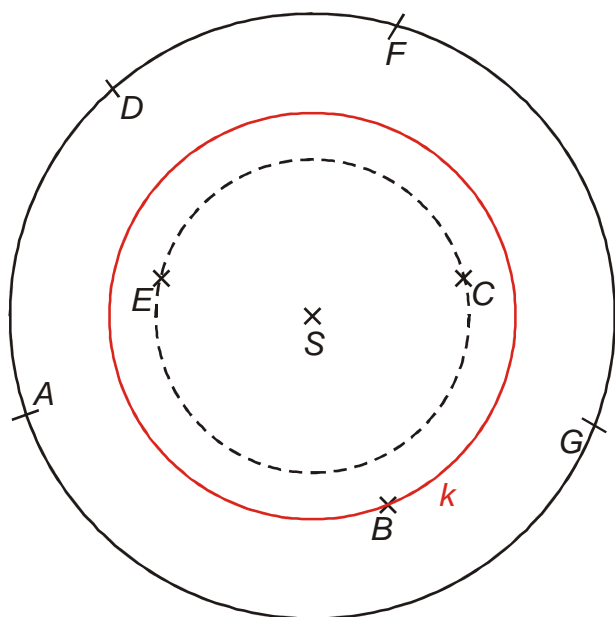
Narýsujeme do obrázku kružnici se středem  $S$  a poloměrem  $|SC|$ . Na body, které leží na této kružnici se může zobrazit bod  $C$  (zřejmě půjde o bod  $E$ ).



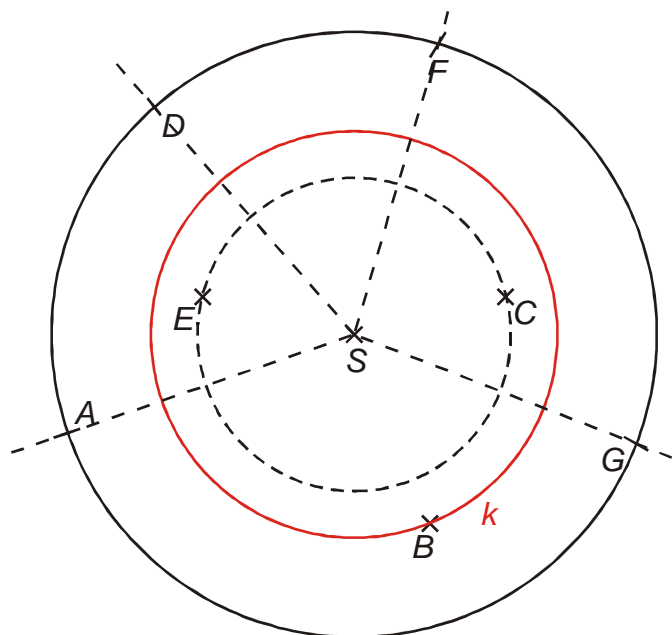
Z vyznačených bodů se při otočení okolo bodu  $S$  může bod  $C$  zobrazit pouze na bod  $E$ .

c) Vyznač všechny body, do kterých můžeme okolo středu  $S$  otočit bod  $B$ .

Narýsujeme kružnici  $k(S; |SB|)$ .



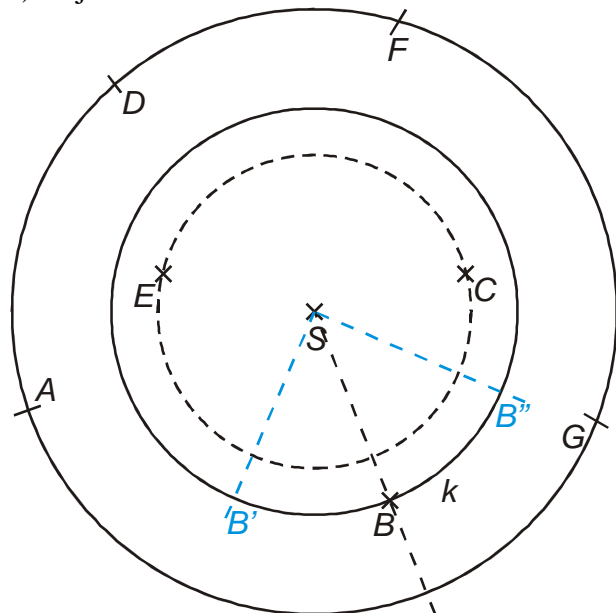
d) Změř úhel, o který se otočil okolo středu  $S$  bod  $A$ , když se zobrazil na body nalezené v bodě a).



Úhly otočení:

- bod  $D$ : otočení o úhel  $68^\circ$  po směru hodinových ručiček (velikost úhlu  $ASD$ ) nebo  $292^\circ$  proti směru hodinových ručiček,
- bod  $F$ : otočení o úhel  $125^\circ$  po směru hodinových ručiček (velikost úhlu  $ASF$ ) nebo  $235^\circ$  proti směru hodinových ručiček,
- bod  $G$ : otočení o úhel  $221^\circ$  po směru hodinových ručiček (velikost úhlu  $ASG$ ) nebo  $139^\circ$  proti směru hodinových ručiček.

e) Najdi obraz bodu  $B$  v otočení okolo středu  $S$  o  $45^\circ$ .



Máme dvě možnosti, jak obraz sestavit podle toho, jestli budeme otáčet ve směru nebo proti směru hodinových ručiček.

**Pedagogická poznámka:** Předchozí příklad je nejdůležitější v této hodině. Je velmi potřebné, aby žáci měli dost času na jeho řešení. Kontrolujeme ho (kvůli následujícím příkladům) jen do bodu d) nejdříve v okamžiku, kdy velká většina má hotový.

**Př. 4:** Sestav postup, jak naryšovat otočení bodu  $A$  okolo bodu  $S$  o zadaný úhel  $\alpha$ .

Narýsujeme polopřímku  $SX$ , tak aby platilo  $|\sphericalangle ASX| = \alpha$ .

Narýsujeme kružnici  $k(S; |SA|)$ .

Hledaný bod  $A'$  je průnik kružnice  $k$  a polopřímky  $SX$ .

Matematici nemají rádi dlouhé popisy a snaží se veškeré zápisy zestručňovat  $\Rightarrow$  těžko se mohou spokojit s výsledkem „otočení o úhel  $68^\circ$  po směru hodinových ručiček (velikost úhlu  $ASD$ ) nebo  $292^\circ$  proti směru hodinových ručiček“.

Jak zjednodušit zápis směru otáčení?

Stejně jako v ostatních případech, kdy si vybíráme ze dvou směrů: pomocí znaménka.

Jaké znaménko, kdy zvolíme je záležitostí dohody (která však již byla učiněna):

- otáčení proti směru hodinových ručiček je považováno za otočení o kladný úhel,
- otáčení po směru hodinových ručiček je považováno za otočení o záporný úhel.

**Př. 5:** Zapiš výsledky bodu 3 d) tak, aby byl směr otáčení vyjádřen znaménkem.

Úhly otáčení:

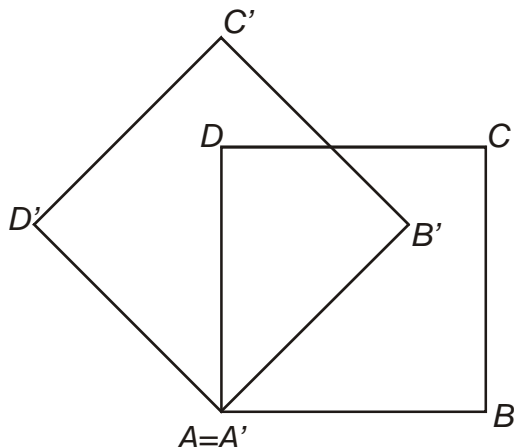
- bod  $D$ :  $292^\circ$  ( $-68^\circ$ ),
- bod  $F$ :  $235^\circ$  ( $-125^\circ$ ),
- bod  $G$ :  $139^\circ$  ( $-221^\circ$ ).

**Pedagogická poznámka:** Pokud si někdo všimne, že se oba výsledky liší o  $360^\circ$  pochválím ho, ale myšlenku dál nerozvíjíme.

**Př. 6:** Načrtni čtverec  $ABCD$ . Načrtni jeho obraz v otočení:

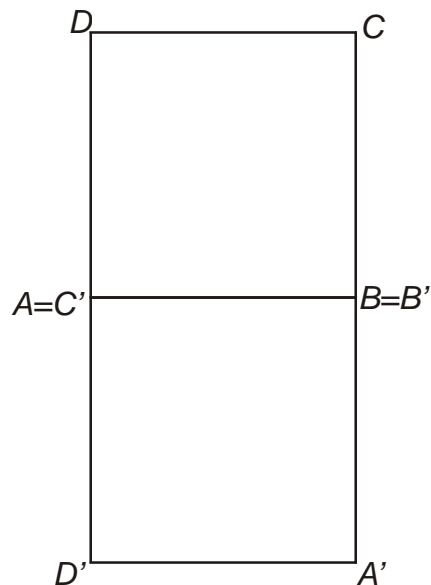
- a) okolo vrcholu  $A$  o  $45^\circ$ ,                      b) okolo vrcholu  $B$  o  $90^\circ$ ,  
c) okolo středu čtverce o  $-45^\circ$ ,              d) okolo středu čtverce o  $-90^\circ$ .  
Všechna otáčení prováděj ve směru hodinových ručiček.

a) okolo vrcholu  $A$  o  $45^\circ$

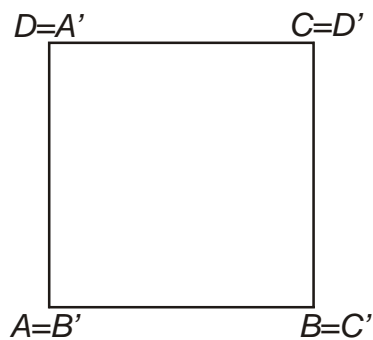
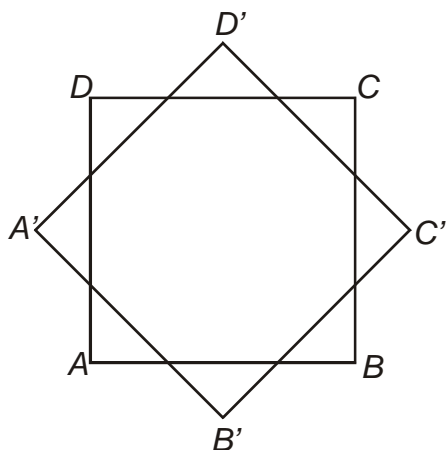


c) okolo středu čtverce o  $45^\circ$

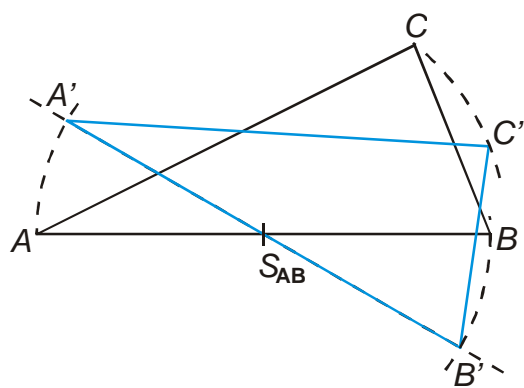
b) okolo vrcholu  $B$  o  $90^\circ$



d) okolo středu čtverce o  $90^\circ$



**Př. 7:** Narýsuj libovolný obecný trojúhelník  $ABC$ . Sestroj obraz trojúhelníku  $ABC$  v otočení okolo bodu  $S_{AB}$  o  $30^\circ$  ve směru hodinových ručiček.



**Shrnutí:**