

2.5.8 Měřítko I

Předpoklady: 020508

Předměty, které zobrazujeme, musíme většinou zmenšit nebo zvětšit.

Pokud máme být schopni si představit (zrekonstruovat) rozměry originálu, musíme mít informaci o tom, do jaké míry byl obrázek zmenšen (zvětšen).

Tato informace se udává pomocí poměru *centimetry na nákrese : centimetry ve skutečnosti* (na pořadí záleží). Tento poměr označujeme jako **měřítko**.

Měřítko udává poměr *centimetry na nákrese : centimetry ve skutečnosti*.

Měřítko by mělo umožňovat snadné přepočítávání, proto se používají „kulatá“ čísla (1 : 50000, 1 : 200 000, 1 : 1000, 5 : 1) a čísla umožňují snadné přepočítávání (1 : 75 000, 1 : 2 500 000, 25 : 1).

Př. 1: Vysvětli, co znamená, pokud je na nákrese napsáno:

- a) 1 : 500 b) 5 : 1 c) 1 : 50000

U každého bodu odhadni, jde-li o zvětšení nebo zmenšení a co by mohlo být na nákrese s uvedeným měřítkem zobrazeno.

a) 1 : 500

1 cm na nákrese představuje 500 cm ve skutečnosti \Rightarrow jde o zmenšení.

Mohlo by jít o nákreš budovy nebo pozemku.

b) 5 : 1

5 cm na nákrese představuje 1 cm ve skutečnosti \Rightarrow jde o zvětšení.

Mohlo by jít o zobrazení malého živočicha nebo součástky (šrouby, ...).

c) 1 : 50000

1 cm na nákrese představuje 50 000 cm ve skutečnosti \Rightarrow jde o zmenšení.

Mohlo by jít o klasickou turistickou mapu (uvedené měřítko je nejčastěji používaným).

Př. 2: Jakou vzdálenost ve skutečnosti a ve snadno představitelné jednotce představuje 1 cm na nákrese (mapě), pokud je měřítko:

- a) 1 : 50000 b) 1 : 1000000 c) 5 : 1 d) 20 : 1

a) 1 : 50000

Skutečná vzdálenost $50000 \text{ cm} = 500 \text{ m} = 0,5 \text{ km}$.

b) 1 : 1000000

Skutečná vzdálenost $1000000 \text{ cm} = 10000 \text{ m} = 10 \text{ km}$.

c) 5 : 1

Skutečná vzdálenost $\frac{1}{5} \text{ cm} = 0,2 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$.

d) 20 : 1

Skutečná vzdálenost $\frac{1}{20}$ cm = 0,05 cm = 0,5 mm.

Pedagogická poznámka: První dva body jsou čistě záležitostí převádění. U druhých dvou je třeba si uvědomit, že první číslo znamená počet cm na nákresu. To je také první rada (jediná), kterou žákům dávám.

Př. 3: Mostu je na mapě znázorněn úsečkou o délce 2 cm, ve skutečnosti je most dlouhý 500 m. Jaké je měřítko mapy?

$$500 \text{ m} = 50000 \text{ cm}$$

$$\text{Poměr: } 2 : 50\,000 = 1 : 25\,000.$$

Měřítko mapy je 1 : 25 000.

Pedagogická poznámka: Žáci předchozí i následující příklady počítají přímo. Já jim to nezakazuji, sám však používám na tabuli postup uvedený v řešení s tím, že je dobré mít v záloze něco jistě použitelného a jistě správného pro případ, kdy si člověk není jistý. O tom, že jde o přímou úměru si v tomto okamžiku neříkáme, pokud žáci říkají, že počítám to samé co oni, je to jen dobře.

Př. 4: Turistická mapa má měřítko 1 : 50000. Urči skutečnou délku přímé železniční tratě, jestliže na mapě měří 2,1 cm.

$$1 : 50000 = 2,1 : x \Rightarrow x = 2,1 \cdot 50000 = 105\,000 \text{ cm} = 1,05 \text{ km} \text{ (obě strany poměru násobíme číslem 2,1).}$$

Jiný postup:

$$\text{Poměr se nemění: } \frac{x}{2,1} = \frac{50\,000}{1} \quad / \cdot 2,1$$

$$x = 50\,000 \cdot 2,1 = 105\,000 \text{ cm}$$

Přímá železniční trať má ve skutečnosti délku 1,05 km.

Př. 5: Urči měřítko nákresu, který zobrazuje šroub o délce 1,6 cm na délku 9 cm.

Určitě jde o zvětšení.

$$9 : 1,6 = x : 1 \Rightarrow x = \frac{9}{1,6} = 5,625 \text{ (obě strany poměru dělíme číslem 1,6)}$$

Jiný postup:

$$\text{Poměr se nemění: } \frac{x}{1} = \frac{9}{1,6} = 5,625.$$

Nákres má měřítko 5,625 : 1 (což je ale dost divné, protože tak ošklivá čísla se jako měřítka nepoužívají).

Pedagogická poznámka: Nesmyslnost čísla začnou žáci určitě komentovat sami, je potřeba zařídit, aby to někdo nahlas řekl i před třídou.

Př. 6: Šimon vytáhl cyklomapu 1:100 000, klasický trojúhelník (třicetimetrové pravítko nemá) a jal se zjišťovat přesnou vzdušnou vzdálenost mezi Třeboňským a Českobudějovickým náměstím. Může ji změřit přesně?

Vzdálenost mezi Třeboní a Českými Budějovicemi je cca 25 km \Rightarrow zjistíme, jak velká bude vzdálenost obou měst na mapě.

$$1:100\,000 = x:2\,500\,000 \Rightarrow x = \frac{2\,500\,000}{100\,000} = 25 \text{ cm (obě strany poměru násobíme číslem } \frac{2\,500\,000}{100\,000} \text{)}.$$

Jiný postup:

$$\text{Poměr se nemění: } \frac{x}{2\,500\,000} = \frac{1}{100\,000} \quad / \cdot 2\,500\,000.$$

$$x = \frac{1}{100\,000} \cdot 2\,500\,000 = 25 \text{ cm}$$

Vzdálenost mezi oběma městy bude mít na mapě velikost 25 cm a Šimon ji nebude moc přesně změřit, protože stupnice na pravítku je kratší.

Pedagogická poznámka: Rozhodně neříkám žákům, aby si zkontrolovali, jestli bude mít Šimon dost velké pravítko. Radím, aby si zkusili spočítat, jak velká bude vzdálenost na mapě a pak přemýšleli o tom, co jim vyšlo.

Př. 7: S měřítkem mapy souvisí velikost objektů, které na ni můžete zakreslit. Jak velké objekty se dají očekávat na mapě s měřítkem 1:200 000?

Budeme předpokládat, že na mapě nebudou zakresleny objekty menší než 1 mm = 0,1 cm.

$$1:200\,000 = 0,1:x \Rightarrow x = \frac{200\,000}{10} = 20\,000 \text{ cm} = 200 \text{ m cm (obě strany poměru dělíme deseti)}.$$

Jiný postup:

$$\text{Poměr se nemění: } \frac{1}{200\,000} = \frac{0,1}{x} \quad / \cdot x.$$

$$\frac{x}{200\,000} = 0,1 \quad / \cdot 200\,000$$

$$x = 0,1 \cdot 200\,000 = 20\,000 \text{ cm} = 200 \text{ m}$$

Na mapě s měřítkem 1:200 000 můžeme očekávat objekty o minimální velikosti okolo 200 m.

Dodatek: Na mapě samozřejmě budou nakresleny silnice nebo vodní toky, které jsou užší než 200, ale jsou zásadně důležité. Zřejmě se na mapě objeví i osamělý dům, který je menší než 200 m. Nedá se však očekávat, že budou vidět například jednotlivé domy v souvislé zástavbě nebo bude jemně zobrazena hranice lesa..

Př. 8: Třída má rozměry 8 x 6,5 m. Najdi nejvýhodnější rozumné měřítko pro nakreslení jejího plánu na papír o rozměru A4 (297 x 210 mm).

Spočteme kolikrát jsou rozměry třídy větší než odpovídající rozměry papíru. Dělení nemusíme provádět do konce, stačí jedna maximálně dvě platné číslice.

- $8000 : 300 = 26,...$
- $6500 : 210 = 30,...$
020

⇒ rozhodující je poměr mezi šířkou papíru a šířkou třídy, třídu je třeba zmenšit více než třicetkrát, aby se na papír vešla ⇒ možná rozumná měřítka: 1 : 40, 1 : 50 ...

Pro nakreslení plánu třídy na papír A4 musíme zvolit měřítko 1:40 nebo 1:50.

Pedagogická poznámka: Nedovoluji na předchozí příklad kalkulačku a říkám žákům, že ji nepotřebují, protože není početně náročný. Chci, aby si uvědomili, že nemusí všechno počítat na padesát desetinných míst.

Př. 9: Násobení 25 pod sebou není nijak zvlášť jednodušší než násobení jinými dvojcifernými čísly. Hledej ulehčení tohoto výpočtu, které je důvodem, proč se číslo 25 často používá v měřítkách map.

Číslo 25 můžeme napsat jako $\frac{100}{4}$ ⇒ násobení číslem 25 můžeme nahradit násobením

číslem $\frac{100}{4}$ ⇒ číslo vynásobíme 100 (posuneme desetinnou čárku o dvě místa) a pak vydělíme 4.

Shrnutí: Měřítko udává poměr *centimetry na nákresu* : *centimetry ve skutečnosti*.