

## 2.5.12 Přímá úměrnost III

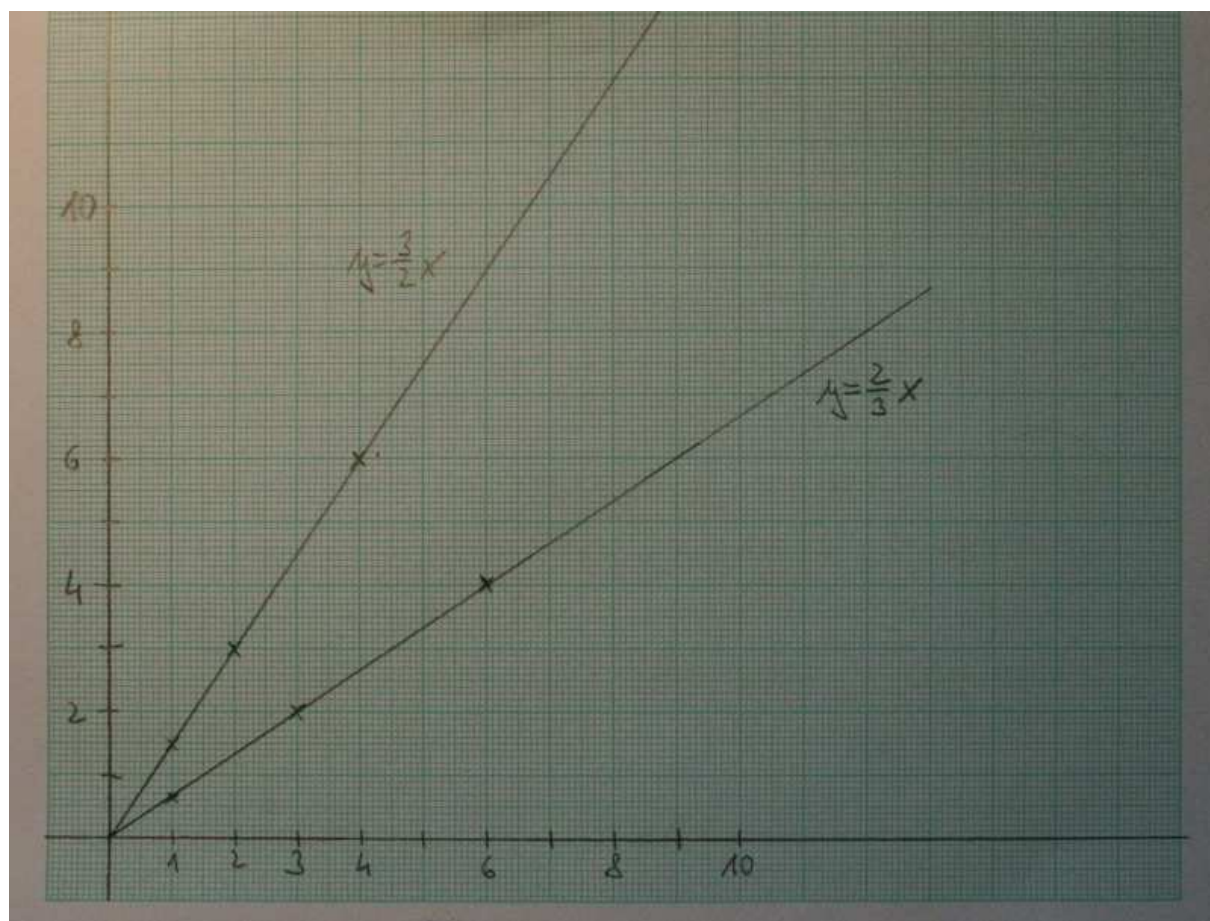
**Předpoklady:** 020511

**Př. 1:** Narýsuj milimetrový papír grafy přímých úměrností. a)  $y = \frac{2}{3}x$       b)  $y = \frac{3}{2}x$ .

U každé přímé úměrnosti si můžeme spočítat několik bodů (ve skutečnosti stačí jeden jediný, protože graf musí vycházet z počátku).

$x$	0	1	3	6
$y = \frac{2}{3}x$	0	$\frac{2}{3}$	2	4

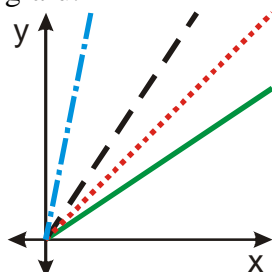
$x$	0	1	2	4
$y = \frac{3}{2}x$	0	$\frac{3}{2}$	3	6



**Pedagogická poznámka:** Pro žáky jsou zlomky na místě koeficientu nepříjemné, jak kvůli počítání, tak kvůli nanášení hodnot do grafu. Několikrát jim proto opakuji, že hodnoty do tabulky si mohou zvolit libovolně, tak aby se jim snadno doplňovala. Potom s tabulkou prvního příkladu pomohu.

Určitě si někdo z žáků všimne, že obě funkce mají prohozené  $x$  a  $y$  a jsou souměrné podle osy  $y = x$ .

**Př. 2:** Na obrázku jsou grafy přímých úměrností  $y = 5x$ ,  $y = \frac{2x}{3}$ ,  $y = x$ . Na obou osách je stejné měřítko. Přiřaď grafy funkcím. Odhadni, jaká funkce náleží k poslednímu grafu.



- Červený tečkovaný graf patří funkci  $y = x$  (má obě souřadnice stejné a je osou prostoru mezi osami  $x$  a  $y$ ).
- Zelený graf patří funkci  $y = \frac{2x}{3}$ . Její koeficient je menší než 1 (u funkce  $y = x$ ) a zelený graf je jediný, který roste pomaleji než červený graf.
- Modrý graf patří funkci  $y = 5x$ . Její koeficient je daleko větší než 1 (u funkce  $y = x$ ) a modrý graf roste daleko rychleji než červený.

První odhad: Zbývající černý čárkovaný graf roste rychleji než graf funkce  $y = x$ , ale roste podstatně pomaleji než graf funkce  $y = 5x \Rightarrow$  koeficient této funkce je větší než 1 a menší než 3.

Přesnější odhad: Zbývající černý čárkovaný graf je souměrný se zeleným grafem  $y = \frac{2x}{3}$ . Jde

o stejnou situaci jako v předchozím příkladu  $\Rightarrow$  černý graf zřejmě patří funkci  $y = \frac{3}{2}x$ .

**Př. 3:** Jsou uvedené veličiny přímo úměrné? Pokud jsou veličiny přímo úměrné jen za určitých podmínek, uveď za jakých.

- objem předmětu a jeho hmotnost,
- délka pracovní doby a vykonaná práce,
- počet kopáčů a množství vykonané práce,
- počet strážníků a doba, za kterou jsou sníženy dané společné zásoby jídla,
- rychlost auta a doba, po kterou již jede,
- počet cestujících na zastávce a doba nastupování do autobusu,
- objem přečerpané vody a výkon čerpadla,
- počet cestujících a doba jízdy autobusu z počáteční do koncové stanice,
- věk člověka a jeho tělesná výška,
- velikost krychle a její objem.

a) objem předmětu a jeho hmotnost

Pokud jde o předměty ze stejného materiálu (se stejnou hustotou), jde o přímou úměrnost (čím větší je objem předmětu, tím více látky obsahuje a tím má větší hmotnost).

b) délka pracovní doby a vykonaná práce,

Pokud pracujeme pořád stejným tempem (za každý okamžik uděláme stejnou práci, pracujeme jako roboti), jde o přímou úměrnost (čím déle pracujeme, tím více práce vykonáme).

c) počet kopáčů a množství vykonané práce

Pokud každý kopáč vykoná stejnou práci (všichni pracují stejně), jde o přímou úměrnost (čím více kopáčů pracuje, tím více práce vykonají).

d) počet strážníků a doba, za kterou jsou sníženy pevně dané společné zásoby jídla

Nejde o přímou úměrnost. Pokud je pevně stanovená zásoba jídla, čím více lidí se z ní bude stravovat, tím rychleji zásoby spotřebují (jde tedy o "obrácenou" úměrnost).

e) rychlost auta a doba, po kterou již jede

Nejde o přímou úměrnost. Doba, po kterou auto již jede, nijak nesouvisí s jeho rychlostí, ale s tím, jak dlouhou vzdálenost má ujet.

f) počet cestujících na zastávce a doba nastupování do autobusu

Pokud nastupování jednoho cestujícího trvá přibližně stejnou dobu, jde o přímou úměrnost (čím více cestujících nastupuje, tím déle jejich nastupování bude trvat).

g) objem přečerpáné vody a výkon čerpadla

Výkon čerpadla udává množství práce (tedy přečerpáné vody) za sekundu  $\Rightarrow$  objem přečerpáné vody je přímo úměrný výkonu čerpadla (čím větší je výkon čerpadla, tím větší objem vody přečerpá).

h) počet cestujících a doba jízdy autobusu z počáteční do koncové stanice

Nejde o přímou úměrnost. Počet cestujících ovlivňuje dobu nástupu a výstupu, ale ne dobu jízdy autobusu.

i) věk člověka a jeho tělesná výška

Nejde o přímou úměrnost. Člověk roste jen do určitého věku, pak se jeho výška nemění (čtyřicátníci nejsou dvakrát větší než dvacátníci).

**Př. 4:** Urči předpis přímé úměrnosti, jejíž graf prochází bodem:

a)  $[5; 20]$

b)  $[8; 4]$

c)  $[12; 9]$

a)  $[5; 20]$

První souřadnice udává hodnotu  $x$ , druhá hodnotu  $y \Rightarrow x = 5, y = 20$ .

Dosazení  $y = k \cdot x : 20 = k \cdot 5 \quad / : 5$

$$k = \frac{20}{5} = 4$$

Předpis přímé úměrnosti:  $y = 4 \cdot x$ .

b)  $[8; 4]$

$x = 8, y = 4 \Rightarrow$  dosazení  $y = k \cdot x : 4 = k \cdot 8 \quad / : 8$

$$k = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Předpis přímé úměrnosti:  $y = \frac{1}{2} \cdot x$ .

c) [12;9]

$x = 12, y = 9 \Rightarrow$  dosazení  $y = k \cdot x: 9 = k \cdot 12 \quad /:12$

$$k = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

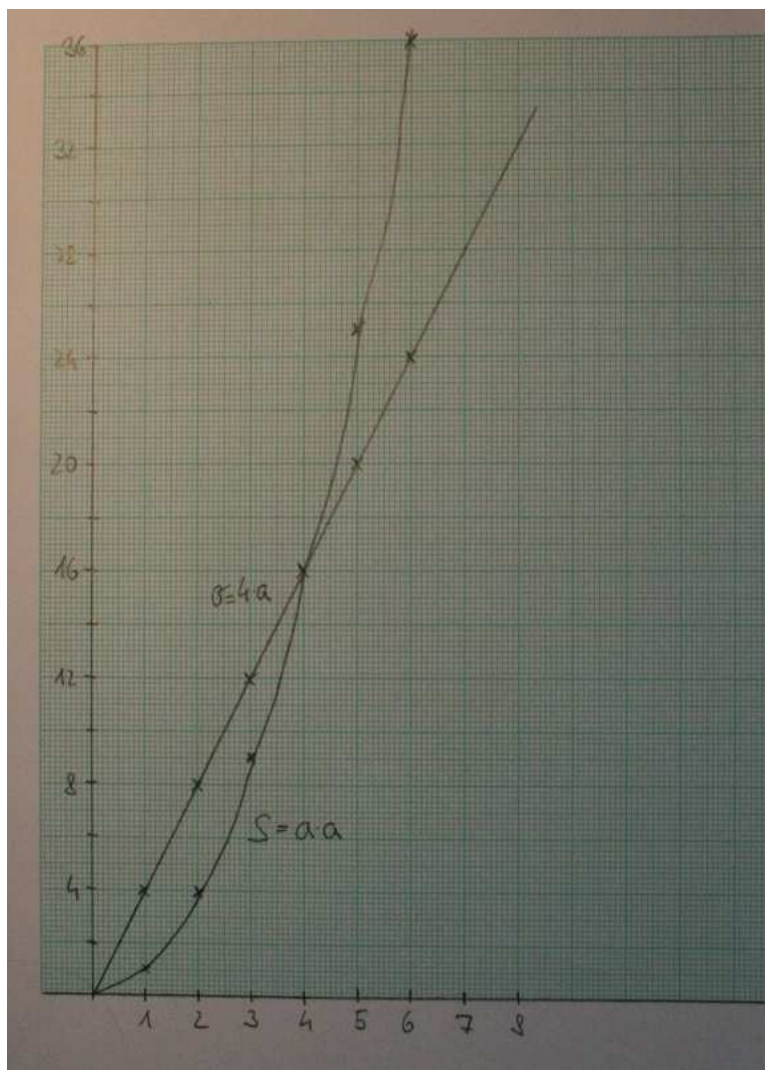
Předpis přímé úměrnosti:  $y = \frac{3}{4} \cdot x$ .

**Př. 5:** Sestav tabulku a graf pro závislost:

a) obvodu čtverce na délce jeho strany      b) obsahu čtverce na délce jeho strany.

Jsou obě závislosti přímé úměrnosti?

délka strany	0	1	2	3	4	5	6
obvod $o = 4a$	0	4	8	12	16	20	24
obsah $S = a \cdot a$	0	1	4	9	16	25	36



Velikost obvodu je přímo úměrná délce strany čtverce (grafem je přímka, hodnota poměru je pořád stejná) s předpisem  $y = 4 \cdot x$ .

Obsah čtverce není přímo úměrný délce strany (grafem není přímka, roste čím dál rychleji).

### Shrnutí: