2.5.1 Trojčlenka I

Předpoklady: 020301

Pedagogická poznámka: V této hodině (i v hodinách následujících) mohou žáci používat kalkulačky (včetně kalkulaček na mobilech nebo tabletech. Ty však nesmějí používat při písemkách, kde jsou povoleny pouze kalkulačky). Trvám na tom, že počítání do sta, včetně dělení jednocifernými čísly, by měli umět bez kalkulaček (a také je v hodinách a zejména písemkách nepovoluji), na vše ostatní kalkulačka práci usnadňuje a není důvod ji nepoužívat (manuální počítání pak zbytečně zdržuje od užitečnější práce).

Př. 1: Petr zaplatil za 2500 kWh 8750 Kč. Kolik by zaplatil Jirka (příklad z předminulé hodiny) za 300 kWh, kdyby měl stejnou cenu za 1 kWh?

2500 kWh ... 8750 Kč
1 kWh ... $8750:2500=3,5$ Kč
300 kWh ... $300\cdot 3,5=1050$ Kč

Jirka při stejné ceně za 1 kWh zaplatil 1050 Kč.

Podobných příkladů jsme loni stejným způsobem řešili hodně. Nyní můžeme využít, co jsme se dozvěděli o přímé úměrnosti.
Cena zaplacená za odebranou elektřinu je přímo úměrná počtu odebraných kWh $\Rightarrow$ poměr $\frac{cena}{počet\ kWh}$ se nemění.
Označíme si cenu za 300 kWh jako x.
2500 kWh ... 8750 Kč
300 kWh ... x Kč
poměr $\frac{cena}{počet\ kWh}$ se nemění $\Rightarrow$ $\frac{8750}{2500}=\frac{x}{300}$ - získali jsme rovnici, kterou snadno vyřešíme.

$$\frac{8750}{2500}=\frac{x}{300} \quad /\cdot 300$$

$$x=\frac{8750}{2500}\cdot 300=1050\ \text{Kč}$$

Jirka při stejné ceně za 1 kWh zaplatil 1050 Kč.

Tento způsob řešení se nazývá trojčlenka (tři hodnoty známe, čtvrtou se snažíme dopočítat).
Postupujeme ve třech rocích.
1. zápis:
2500 kWh ... 8750 Kč
300 kWh ... x Kč
2. zapsání rovnosti poměrů:
$\frac{8750}{2500}=\frac{x}{300}$ - cena za 1kWh se nemění
3. dořešení rovnice

$$x = \frac{8750}{2500} \cdot 300 = 1050 \text{ Kč}$$

Důležitý je zejména druhý bod (dopočtení je mechanická záležitost). Dokud se budeme učit trojčlenku využívat, budeme si vždy psát i co zapsaný poměr znamená, abychom se mohli ujistit, že představuje něco, co se opravdu nemění.

Pedagogická poznámka: Klasické řešení trojčlenky vypadá jinak. Je to způsobeno zřejmě tím, že žáci v klasickém uspořádání témat ještě neumí řešit ani jednoduché rovnice (což je vzhledem k jejich používání ve fyzice i chemii dost nešťastné řešení). Řešení trojčlenky se tak stává trochu neprůhledným mechanismem, který sice umožňuje řešit typické příklady bez přemýšlení (mechanickým kreslením šipek a dosazováním do předepsaného výrazů), na druhou stranu svádí k tomu, že se přímou úměrou řeší i situace, které s ní nemají nic společného. Tomu se snažím vyhnout od samého začátku a trvám na tom, aby si žáci k rovnosti poměrů psali, co tyto výrazy znamenají. Klasický trojčlenkový postup ukazují později a u žáků nebudí žádné zvláštní nadšení. Na kreslení šipek z nich přešel nikdo.

Př. 2: 7 sedm žvýkaček stálo 42 Kč. Kolik by stálo 13 žvýkaček?

7 žvýkaček ... 42 Kč
13 žvýkaček ... x

$$\frac{42}{7} = \frac{x}{13} \quad / \cdot 13 \qquad \text{(cena jedné žvýkačky se nemění)}$$

$$x = \frac{42}{7} \cdot 13 = 78 \text{ Kč}$$

13 žvýkaček bude stát 78 Kč.

Př. 3: 15 rohlíků stálo 43,50 Kč. Kolik rohlíků můžeme koupit za 100 Kč?

15 rohlíků ... 43,5 Kč
x rohlíků ... 100 Kč

$$\frac{x}{100} = \frac{15}{43,5} \quad / \cdot 100 \qquad \text{(počet rohlíků, které můžeme koupit za 1Kč senemění)}$$

$$x = \frac{15}{43,5} \cdot 100 = 34,5$$

Za 100 Kč můžeme koupit 34 rohlíků (a něco málo nám zbude).

Dodatek: Předchozí příklad můžeme samozřejmě řešit i takto:

$$\frac{100}{x} = \frac{43,5}{15} \quad / \cdot x \cdot 15 \quad \text{(cena jednoho rohlíku se nemění)}$$

$$15 \cdot 100 = 43,5 \cdot x \quad / : 43,5$$

$$x = \frac{15 \cdot 100}{43,5}$$

Snáze se hledá význam poměru, hůře se řeší získaná rovnice.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je obtížný tím, že nevede na automatické zopakování předchozího příkladu.

Př. 4: 12 strojů vyrobí za 2 hodiny 900 součástek. Kolik součástek by za stejnou dobu vyrobilo 27 strojů?

12 strojů ... 900 součástek
27 strojů ... *x* součástek

$\frac{x}{27}=\frac{900}{12}$ $/\cdot 27$ (počet součástek vyrobených jedním strojem se nemění)

$x=\frac{900}{12}\cdot 27=2025$

27 strojů by dvě hodiny vyrobilo 2025 součástek.

Pedagogická poznámka: Osobně jsem po zkušenostech s vyššího gymnázia čekal větší komplikace kvůli (z hlediska řešení zcela nepodstatným) dvěma hodinám. Zdá se, že pokud žáci nepřistupují k trojčlence zcela mechanicky nejsou "pletoucí" čísla navíc problém.

Př. 5: 27 studentů píše písemku (všichni mají stejné zadání) 22,5 minuty. Jak dlouho by stejnou písemku psala třída, ve které je 22 studentů?

Nejde o přímou úměrnost a proto nemá smysl řešit příklad trojčlenkou. Délka písemky nezávisí na počtu studentů, ale na tom, jaké obsahuje zadání.

Př. 6: 23 litrů benzínu váží 17,3 kg. Jaký je objem 25 kg benzínu?

23 litrů ... 17,3 kg
x litrů ... 25 kg

$\frac{x}{25}=\frac{23}{17,3}$ $/\cdot 25$ (objem jednoho kg se nemění)

$x=\frac{23}{17,3}\cdot 25=33,2$ litrů

25 kg benzínu má objem 32,2 litru.

Př. 7: 56 pracovníků má podle normy během pracovní doby zkompletovat 4480 myší. Kolik pracovníků musíme zaměstnat, aby podle stejné normy během pracovní dobu zkompletovali 10000 myší?

56 pracovníků ... 4480 myší
x pracovníků ... 10 000 myší

$\frac{x}{10000}=\frac{56}{4480}$ $/\cdot 10000$ (počet pracovníků potřebných na zkompletování jedné myši se nemění)

$x = \frac{56}{4480} \cdot 10000 = 125$ pracovníků

Na výrobu 10000 myší musíme zaměstnat 125 pracovníků.

Př. 8: Za půl hodiny odkapalo z netěsnícího kohoutku 0,3 l vody. Kolik litrů vody odkape z kohoutku za jeden den?

0,5 hodiny ... 0,3 litru vody
24 hodin ... x litrů vody

$\frac{x}{24} = \frac{0,3}{0,5}$ $/ \cdot 24$ (množství vody odkapané za hodinu se nemění)

$x = \frac{0,3}{0,5} \cdot 24 = 14,4$ litru

Za jeden den odkape z kohoutku 14,4 litru vody.

Př. 9: 6 lopat písku váží 14 kg. Kolik lopat musíme přehodit, abychom uklidili 7,5 q písku?

6 lopat ... 14 kg
x lopat ... $7,5\,\text{q} = 750\,\text{kg}$

$\frac{x}{750} = \frac{6}{14}$ $/ \cdot 750$ (objem písku, který váží 1 kg v lopatách se nemění)

$x = \frac{6}{14} \cdot 750 = 321,4$ lopat

Musíme přehodit 322 lopat, abychom uklidili 7,5 q písku.

Shrnutí: Poměr přímo úměrných veličin se zachovává a tuto vlastnost je možné využít v takzvané trojčlence.