

2.5.15 Trojčlenka III

Předpoklady: 020514

Př. 1: Doplň tabulku, která udává vzdálenost, kterou je možné ujít za různé doby velmi rychlou chůzí. Kolik kilometrů ujdeme touto rychlostí za 1 hodinu?

doba chůze [h]		1,5	3		4,5		7		
vzdálenost [km]	3	9		12		21		30	40

1,5 h ... 9 km

1 h ... $9 : 1,5 = 6$ km

Uražená vzdálenost je dána přímou úměrností $y = 6x \Rightarrow$ druhý řádek tabulky snadno dopočítáme násobením.

- doba chůze 3 hodiny: ušlá vzdálenost $y = 6 \cdot 3 = 18$ km,
- doba chůze 4,5 hodiny: ušlá vzdálenost $y = 6 \cdot 4,5 = 27$ km,
- doba chůze 7 hodin: ušlá vzdálenost $y = 6 \cdot 7 = 42$ km.

Pokud známe hodnoty v druhém řádku, známe hodnoty y a musíme vypočítat hodnoty x :

$$y = 6x \quad / : 6$$

$$x = \frac{y}{6} \text{ (dělíme šesti, což bylo zřejmé i bez výpočtu):}$$

- ušlá vzdálenost 3 km: doba chůze $x = \frac{y}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ hod,
- ušlá vzdálenost 12 km: doba chůze $x = \frac{y}{6} = \frac{12}{6} = 2$ hod,
- ušlá vzdálenost 21 km: doba chůze $x = \frac{y}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3,5$ hod,
- ušlá vzdálenost 30 km: doba chůze $x = \frac{y}{6} = \frac{30}{6} = 5$ hod,
- ušlá vzdálenost 40 km: doba chůze $x = \frac{y}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 8\frac{2}{3}$ hod.

Doplněná tabulka

doba chůze [h]	$\frac{1}{2}$	1,5	3	2	4,5	3,5	7	5	$8\frac{2}{3}$
vzdálenost [km]	3	9	18	12	27	21	42	30	40

Př. 2: Načrtni obrázek, ve kterém budou grafy následujících přímých úměrností:

a) $y = 3x$

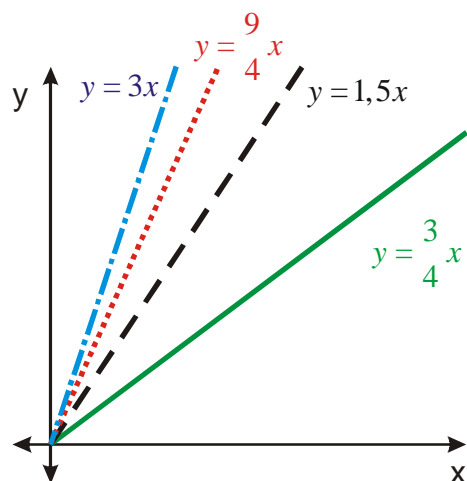
b) $y = 1,5x$

c) $y = \frac{9}{4}x$

d) $y = \frac{3}{4}x$

Na grafu, které z přímých úměrností může ležet bod $[42; 63]$?

Čím větší je konstanta přímé úměrnosti, tím strmější je její graf.



Ze souřadnic bodu můžeme určit koeficient přímé úměrnosti:

$$[42; 63] \Rightarrow x = 42, y = 63, y = kx : 63 = k \cdot 42 \quad / : 42$$

$$k = \frac{63}{42} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$$

Bod $[42; 63]$ leží na grafu přímé úměrnosti $y = 1,5x$.

Pedagogická poznámka: Opět chci, aby se předpisy přímých úměrností objevily přímo v obrázku a spojený graf - předpis bylo vidět na první pohled.

Př. 3: Škoda Octavia má spotřebu 5,3 litru na 100 km a objem nádrže 55 litrů. Jakou největší vzdálenost může ujet bez natankování?

5,3 litru	...	100 km
55 litrů	...	x

$$\frac{x}{55} = \frac{100}{5,3} \quad / \cdot 55 \quad (\text{vzdálenost ujetá na 1 litr paliva se nemění})$$

$$x = \frac{100}{5,3} \cdot 55 \doteq 1038 \text{ km}$$

Škoda Octavia může ujet bez natankování 1038 km.

Př. 4: Prostuduj si výsledný výraz z minulého příkladu. Jak by zvětšení jednotlivých čísel ve výrazu ovlivnilo velikost výsledku? Bylo by možné sestavit výraz, který zadáváme do kalkulačky rovnou?

$$x = \frac{100}{5,3} \cdot 55 \quad \text{Čísla v čitateli výsledek zvětšují, čísla ve jmenovateli výsledek zmenšují.}$$

Rozbor čísel v zadání příkladu:

- 5,3 litru je spotřeba na 100 km: čím bude toto číslo větší, tím menší vzdálenost ujede auto na litr paliva \Rightarrow do sestavovaného výrazu ho napíšeme do jmenovatele.

- 100 km je vzdálenost, na které se měří spotřeba: čím větší je tato vzdálenost, tím větší je vzdálenost, kterou ujede auto na běžné vzdálenosti \Rightarrow do sestavovaného výrazu ho napíšeme do čitatele.
- 55 litrů je palivo, které máme na jízdu k dispozici: čím větší je množství paliva, tím větší je vzdálenost, kterou ujede na něj auto ujede \Rightarrow do sestavovaného výrazu ho napíšeme do čitatele.

\Rightarrow výsledný výraz: $x = \frac{100}{5,3} \cdot 55$ odpovídá výsledku, který jsme získali pomocí trojčlenky.

Př. 5: Následující příklady vyřeš nejdříve přímým sestavením vztahu pro x . Výsledek ověř řešením pomocí trojčlenky.

a) 6 vajec stojí 18,6 Kč. Kolik bude stát 20 vajec?

b) 8 litrů nafty stojí 288 Kč. Kolik litrů nafty je možné koupit za 1000 Kč?

c) Polární výprava má sbaleno jídlo, které by pro 25 členů vystačilo na 63 dní. Na kolik dní jídlo vystačí, pokud se výpravy zúčastní pouze 22 lidí?

a) 6 vajec stojí 18,6 Kč. Kolik bude stát 20 vajec?

Úvaha:

- 6 vajec: čím více vajec jsme původně koupili za 18,6 Kč, tím je jedno vejce levnější a tím méně zaplatíme za 20 vajec \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele,
- 18,6 Kč: čím více stálo 6 vajec, tím více bude stát 20 vajec \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 20 vajec: čím více vajec nakupujeme, tím více za ně zaplatíme \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele.

$$x = \frac{18,6 \cdot 20}{6} = 62 \text{ Kč}$$

Trojčlenka:

6 vajec	...	18,6 Kč
20 vajec	...	x Kč

$$\frac{x}{20} = \frac{18,6}{6} \quad / \cdot 20 \quad (\text{cena jednoho vejce se nemění})$$

$$x = \frac{18,6}{6} \cdot 20 = 62 \text{ Kč}$$

Za 20 vajec zaplatíme 62 Kč.

b) 8 litrů nafty stojí 288 Kč. Kolik litrů nafty je možné koupit za 1000 Kč?

Úvaha:

- 8 litrů: čím více nafty jsme původně koupili za 288 Kč, tím více ji nakoupíme za 1000 Kč \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 288 Kč: čím více jsme zaplatili za 8 litrů nafty, tím je nafta dražší a tím méně litrů si můžeme koupit za 1000 Kč \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele,
- 1000 Kč: čím více peněz máme, tím více nafty můžeme koupit \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele.

$$x = \frac{8 \cdot 1000}{288} \doteq 28 \text{ litrů}$$

Trojčlenka:

8 litrů	...	288 Kč
---------	-----	--------

x litrů ... 1000 Kč

$$\frac{x}{1000} = \frac{8}{288} \quad / \cdot 1000 \quad (\text{množství nafty, které můžeme koupit za 1 Kč, se nemění})$$

$$x = \frac{8}{288} \cdot 1000 \doteq 28 \text{ litrů}$$

Za 1000 litrů můžeme koupit 28 litrů.

c) Polární výprava má sbaleno jídlo, které by pro 25 členů vystačilo na 63 dní. Na kolik dní jídlo vystačí, pokud se výpravy zúčastní pouze 22 lidí?

Úvaha:

- 25 členů: čím více členů se mělo výpravy zúčastnit, tím více jídla bylo připraveno, tím déle jídlo vydrží \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 63 dní: čím déle měla výprava trvat, tím více jídla bylo připraveno, tím déle jídlo vydrží \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 22 členů: čím více členů pojede na výpravu, tím rychleji jídlo sní \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele.

$$x = \frac{25 \cdot 63}{22} \doteq 71,6 \text{ dní}$$

Pro 22 členů výpravy jídlo vydrží na téměř 72 dní.

Trojčlenkou příklad řešit neumíme, protože nejde o přímou úměrnost (čím více členů výpravy, tím kratší doba na kterou vydrží jídlo).

Pedagogická poznámka: Následující příklady řeší většinou jen nejlepší žáci ve třídě buď úvahou nebo převedením přes jedničku (například kolik vyrobí jeden stroj za jednu hodinu). Řešení dvojitých trojčlenek je náplní příští hodiny.

Př. 6: 15 strojů vyrobí za 7 hodin 2005 součástek. Kolik součástek by vyrobilo 10 strojů za 5 hodin?

Úvaha:

- 15 strojů: čím více strojů byla potřeba na vyrobení 2005 součástek, tím méně součástek vyrobí každý stroj, tím méně součástek vyrobí i více strojů \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele,
- 7 hodin: čím více hodin bylo potřeba na vyrobení 2005 součástek, tím méně součástek vyrobí každý stroj za hodinu, tím méně součástek vyrobí i za více hodin \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele,
- 2005 součástek: čím více součástek stroje vyrobily za 7 hodin, tím více jich vyrobí za 5 hodin \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 10 strojů: čím více strojů máme, tím více součástek vyrobí \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 5 hodin: čím více hodin máme, tím více součástek vyrobíme \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele.

$$x = \frac{10 \cdot 5}{15 \cdot 7} \cdot 2005 \doteq 954,8 \text{ součástek}$$

10 strojů vyrobí za 5 hodin téměř 955 součástek.

Př. 7: 5 čerpadel vyčerpá za 3 hodiny 40 m^3 vody. Kolik vody vyčerpají za 7 hodin 4 čerpadla?

Úvaha:

- 5 čerpadel: čím více čerpadel bylo potřeba na vyčerpání 40 m^3 vody, tím menší mají čerpadla výkon, tím méně vody vyčerpá jejich libovolný počet \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele,
- 3 hodin: čím více hodin bylo potřeba na vyčerpání 40 m^3 vody, tím menší mají čerpadla výkon, tím méně vody vyčerpá jejich libovolný počet za libovolný čas \Rightarrow číslo napíšeme do jmenovatele,
- 40 m^3 vody: čím více vody přečerpaly čerpadla za 3 hodiny, tím více jich přečerpají za 4 hodiny \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 7 hodin: čím více hodin máme, tím více vody vyčerpáme \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele,
- 4 čerpadla: čím více čerpadel máme, tím více vody vyčerpáme \Rightarrow číslo napíšeme do čitatele.

$$x = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 3} \cdot 40 \doteq 74,7 \text{ m}^3$$

4 čerpadla přečerpají za 7 hodin více než 74 m^3 .

Shrnutí: Vztahy pro výpočet trojčlenky můžeme sestavovat i úvahou.