

## 2.5.18 Poslední přímá úměrnost

**Předpoklady:** 020515

**Př. 1:** Urči předpis přímé úměrnosti, jejíž graf prochází bodem:

a) [11;33]                      b) [6;4]                      c)  $\left[\frac{3}{4};\frac{2}{9}\right]$

a) [11;33]:  $\frac{y}{x} = \frac{33}{11} = 3 \Rightarrow y = 3x$

b) [6;4]:  $\frac{y}{x} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$

c)  $\left[\frac{3}{4};\frac{2}{9}\right]$ :  $\frac{y}{x} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 3} = \frac{8}{27} \Rightarrow y = \frac{8}{27}x$

**Př. 2:** 15 párů ponožek pověšených na sušáku uschne za dvě hodiny. Za jak dlouho by uschlo na stejném sušáku 25 párů ponožek?

Nejde o přímou úměrnost. Pokud se ponožky vejdou na sušák a mohou schnout najednou, uschnou opět za dvě hodiny.

**Př. 3:** Míra čeká ve frontě na vyřízení nového řidičského průkazu. Vyřízení šesti žadatelů trvalo 20 minut. Jak dlouho bude ještě čekat, pokud před ním čeká ještě patnáct lidí?

$$\frac{20}{6} = \frac{x}{15} \text{ - doba na každého žadatele je přibližně stejná}$$

$$x = \frac{20}{6} \cdot 15 = 50$$

Míra bude ve frontě ještě čekat 50 minut.

**Př. 4:** Zjisti, co znamená, že zlato má ryzost 14 karátů. Kolik gramů ryzího (čistého) zlata je v 15 gramech:

- a) 9 karátového zlata                      b) 14 karátového zlata  
c) 19 karátového zlata                      d) 24 karátového zlata.

Zlato o ryzosti 1 karát obsahuje jeden díl zlata a 23 dílů příměsi. Čisté zlato má ryzost 24 karátů.

- a) 15 gramů 9 karátového zlata  
24 karátů            ...            15 gramů zlata  
9 karátů            ...            x gramů zlata

$$\frac{x}{9} = \frac{15}{24} \quad / \cdot 9 \quad \text{hmotnost jednoho karátu se nemění (je to čtyřadvacetina z 15 gramů)}$$

$$x = \frac{15}{24} \cdot 9 \doteq 5,6 \text{ g}$$

V 15 gramech 9 karátového zlata je 5,6 gramu ryzího zlata.

b) 14 karátového zlata

24 karátů ... 15 gramů zlata

14 karátů ... x gramů zlata

$$\frac{x}{14} = \frac{15}{24} \quad / \cdot 14 \quad \text{hmotnost jednoho karátu se nemění (je to čtyřadvacetina z 15 gramů)}$$

$$x = \frac{15}{24} \cdot 14 \doteq 8,8 \text{ g}$$

V 15 gramech 14 karátového zlata je 8,8 gramu ryzího zlata.

c) 19 karátového zlata

24 karátů ... 15 gramů zlata

19 karátů ... x gramů zlata

$$\frac{x}{19} = \frac{15}{24} \quad / \cdot 19 \quad \text{hmotnost jednoho karátu se nemění (je to čtyřadvacetina z 15 gramů)}$$

$$x = \frac{15}{24} \cdot 19 \doteq 11,9 \text{ g}$$

V 15 gramech 19 karátového zlata je 11,9 gramu ryzího zlata.

d) 24 karátového zlata

24 karátové zlato neobsahuje příměsi  $\Rightarrow$  v 15 gramech 24 karátového zlata je obsaženo 15 gramů ryzího zlata.

**Př. 5:** 22 žáků rozbije během 4 vyučovacích hodin 8 čoček. Kolik čoček rozbije během tří vyučovacích hodin 30 žáků?

Pokud se žáci v obou případech chovají k čočkám stejně, jde o dvojitou přímou úměrnost.

22 žáků ... 4 hodiny ... 8 čoček

30 žáků ... 3 hodiny ... x čoček

Neumíme řešit obě závislosti najednou  $\Rightarrow$  rozdělíme příklad na dvě části.

22 žáků ... 4 hodiny ... 8 čoček

22 žáků ... 3 hodiny ... y čoček

Přímá úměra: s počtem hodin používání roste počet rozbitých čoček.

$$\frac{y}{3} = \frac{8}{4} \quad / \cdot 3 \quad (\text{počet čoček rozbitých za hodinu se nemění})$$

$$y = \frac{8}{4} \cdot 3 = 6 \text{ čoček}$$

Výsledek můžeme použít k provedení druhého kroku a dopočtení příkladu.

22 žáků ... 3 hodiny ... 6 čoček  
 30 žáků ... 3 hodiny ... x čoček

Přímá úměra: čím více žáků čočky používá, tím více jich rozbijí.

$$\frac{x}{30} = \frac{6}{22} \quad / \cdot 30$$

$$x = \frac{6}{22} \cdot 30 \doteq 8,2$$

30 žáků rozbije za 3 hodiny zřejmě také 8 čoček.

**Dodatek:** Čočkami jsou čočky na optické lavice z elektroinstalačních lišt používané ve fyzice.

**Př. 6:** Táta udělá 50 kroků a ujde tak 45 m. Štěpánka je ještě malá, takže musí udělat 90 kroků, aby ušla 40 metrů. Kolik metrů ušel táta, když udělal 4800 kroků? Kolik kroků bude muset udělat Štěpánka, aby ušla výlet dlouhý 7 km? V jakém poměru je počet kroků táty a Štěpánky, pokud ujdou stejnou vzdálenost? V jakém poměru je vzdálenost, kterou ujdou táta a Štěpánka, pokud udělají stejný počet kroků?

Čím více kroků uděláme, tím větší vzdálenost ujdeme  $\Rightarrow$  přímá úměrnost.

Táta

50 kroků ... 45 m  
 4800 kroků ... x

$$\frac{x}{4800} = \frac{45}{50} \quad / \cdot 4800 \quad (\text{délka kroku se nemění})$$

$$x = \frac{45}{50} \cdot 4800 = 4320 \text{ m}$$

Když táta udělá 4800 kroků, ujde 4320 m.

Štěpánka:

90 kroků ... 40 m  
 x kroků ... 7000 m

$$\frac{x}{7000} = \frac{90}{40} \quad / \cdot 7000 \quad (\text{počet kroků na ujítí 1 m se nemění})$$

$$x = \frac{90}{40} \cdot 7000 = 15\,750 \text{ kroků}$$

Štěpánka musí udělat 15 750 kroků, aby ušla 7 km.

Poměr počtu kroků táty a Štěpánky při ujítí stejné vzdálenosti.

Počet kroků na 1 m: táta:  $\frac{50}{45}$ , Štěpánka:  $\frac{90}{40}$ .

$$\text{Poměr táta: Štěpánka: } \frac{50}{45} : \frac{90}{40} = \frac{50}{45} \cdot \frac{40}{90} = \frac{10}{9} : \frac{9}{9} = \frac{10 \cdot 4}{9 \cdot 9} = \frac{40}{81} \Rightarrow 40: 81 \text{ (téměř 1:2).}$$

Poměr vzdálenosti, kterou ujde táta a Štěpánka na stejný počet kroků.

Počet metrů na 1 krok: táta:  $\frac{45}{50}$ , Štěpánka:  $\frac{40}{90}$ .

Poměr táta: Štěpánka:  $\frac{45}{50} : \frac{40}{90} = \frac{\frac{45}{50}}{\frac{40}{90}} = \frac{45}{50} \cdot \frac{90}{40} = \frac{9 \cdot 9}{10 \cdot 4} = \frac{81}{40} \Rightarrow 81:40$  (téměř 2:+).

Poměr vzdáleností je převrácený než poměr kroků (jasné čím více kroků musí udělat na stejnou vzdálenost Štěpánka, tím menší je délka stejného počtu kroků).

**Pedagogická poznámka:** Příklad je možné řešit i přepočtem na délku jednoho kroku.

**Shrnutí:** Příklady na přímou úměrnost je možné řešit také přepočtem přes jedničku.