

2.5.20 Nepřímá úměrnost II

Předpoklady: 020519

Př. 1: Napiš shrnutí minulé hodiny.

Závislost dvou veličin popsanou "čím více, tím méně" označujeme jako **nepřímou úměrnost**.

Nepřímou úměrnost můžeme zapsat $y = \frac{k}{x}$, kde k je koeficient nepřímé úměrnosti.

Př. 2: V tabulce přímé úměrnosti jsme zjistili, že ve všech sloupcích se zachovává poměr $\frac{y}{x}$. Prohlédni si tabulku nepřímé úměrnosti z počátku včerejší hodiny a najdi, co se zachovává ve všech sloupcích tabulky nepřímé úměrnosti. Jaký je význam tohoto čísla?

počet dní do odletu	1	2	3	4	5	6	8	10	15	n
peníze, které může denně utratit	720	360	240	180	144	120	90	72	48	$\frac{720}{n}$

Ve všech sloupcích se zachovává součin čísel x a y . V našem konkrétním případě je to číslo 720, které znamená počet peněz, které Petr rozděluje do jednotlivých dní.

Př. 3: Čtyři kamarádi společně vsadili a výhru si rozdělili rovným dílem tak, že na každého připadlo 14 000 Kč. Kolik peněz by připadlo na jednoho, kdyby jich bylo sedm?

$$x = \frac{4 \cdot 14000}{7} = 8000 \text{ Kč}$$

Na každého ze sedmi kamarádů by připadlo 8000 Kč.

Stejně jako u přímé úměrnosti, i u nepřímé úměrnosti si trošku sjednotíme zápis, který nám bude pomáhat zejména ve chvílích, kdy si nebudem příliš jistí.

4 kamarádi ... 14 000 Kč

7 kamarádů ... x Kč

$$4 \cdot 14000 = 7x \quad /:7 \quad (\text{vyhraná částka se nemění})$$

$$x = \frac{4 \cdot 14000}{7} = 8000 \text{ Kč}$$

Na každého ze sedmi kamarádů by připadlo 8000 Kč.

Př. 4: Na vykládání zásilky se obvykle podílelo 12 pracovníků a práce jim trvala 4 hodiny. Jak dlouho bude vykládání trvat, když dva pracovníci odjedou na dovolenou?

12 pracovníků ... 4 hodiny

10 pracovníků ... x hodin

$$12 \cdot 4 = 10 \cdot x \quad / : 10 \quad (\text{množství práce nemění})$$

$$x = \frac{12 \cdot 4}{10} = 4,8 \text{ hodiny}$$

Zbývající deset pracovníků bude zásilku vykládat 4,8 hodiny.

Př. 5: Autobus jedoucí průměrnou rychlostí 60 km/h dojde do města za 20 minut. Za jak dlouho dojde do města auto jedoucí průměrnou rychlostí 80 km/h?

60 km/h ... 20 minut

80 km/h ... x minut

$$60 \cdot 20 = 80 \cdot x \quad / : 80 \quad (\text{vzdálenost do města se nemění})$$

$$x = \frac{60 \cdot 20}{80} = 15 \text{ minut}$$

Auto dojde do města rychlostí 80 km/h za 15 minut.

Př. 6: 15 úřednic zkontroluje za pracovní směnu obvykle 80 žádostí. Kolik žádostí zkontroluje za směnu 18 úřednic?

Nejde o nepřímou úměrnost, platí čím více úřednic, tím více žádostí \Rightarrow přímá úměrnost.

15 úřednic ... 80 žádostí

18 úřednic ... x žádostí

$$\frac{x}{18} = \frac{80}{15} \quad / \cdot 18 \quad (\text{počet žádostí vyřízených jednou úřednicí se nemění})$$

$$x = \frac{80}{15} \cdot 18 = 96$$

18 úřednic by za směnu zkontrolovalo obvykle 96 žádostí.

Pedagogická poznámka: Ne všichni žáci příklad na přímou úměrnost ihned odhalí. Neříkám jim, kde je problém, pouze upozorňuji, že nemají správný výsledek.

Př. 7: Při oslavě bylo na jednoho účastníka plánováno tři čtvrtě litru vína. Kolik litrů vína nakonec na jednoho účastníka připadlo, když se oslavu přišlo 16 místo 20 původně plánovaných účastníků?

Čím více účastníků, tím méně vína na ně vyjde \Rightarrow nepřímá úměrnost.

20 účastníků ... $\frac{3}{4}$ litru

16 účastníků ... x litru

$$20 \cdot \frac{3}{4} = 16 \cdot x \quad / : 16 \quad (\text{množství nakoupeného vína se nemění})$$

$$x = \frac{20 \cdot \frac{3}{4}}{16} = \frac{5 \cdot 3}{16} = \frac{15}{16} \text{ litru}$$

Na jednoho účastníka oslavy připadlo $\frac{15}{16}$ litru vína.

Pedagogická poznámka: Problémy při řešení působí jak zlomek, tak přiřazení počtů. To je problém i u následujícího příkladu.

Př. 8: Zásoby potravy při krmení 1450 slepic vydržely místo plánovaných deseti na dvanáct dnů. Pro kolik slepic bylo krmení plánováno?

Čím více slepic, tím rychleji potravu spotřebují \Rightarrow nepřímá úměrnost.

1450 slepic	...	12 dní
x slepic	...	10 dní

$$1450 \cdot 12 = 10 \cdot x \quad / : 10 \quad (\text{množství potravy se nemění})$$

$$x = \frac{1450 \cdot 12}{10} = 1740 \text{ slepic}$$

Krmení bylo původně plánováno pro 1740 slepic.

Př. 9: Za krmení pro 1550 slepic na 31 dnů zaplatil majitel 31 000 Kč. Kolik bude stát krmení pro 2100 slepic na 80 dnů?

Dvojitá přímá úměrnost (částka zaplacená za krmení roste s počtem slepic i délkou krmení)

1550 slepic	...	31 dní	...	31 000 Kč
2100 slepic	...	31 dní	...	y Kč

$$\frac{y}{2100} = \frac{31000}{1550} \quad / \cdot 2100 \quad (\text{množství potravy pro jednu slepici se nemění})$$

$$y = \frac{31000}{1550} \cdot 2100 = 42\,000 \text{ Kč}$$

2100 slepic	...	31 dní	...	42 000 Kč
2100 slepic	...	80 dní	...	x Kč

$$\frac{42000}{31} = \frac{x}{80} \quad / \cdot 80 \quad (\text{množství potravy, které slepice sežerou za den, se nemění})$$

$$x = \frac{42000}{31} \cdot 80 \doteq 108\,387 \doteq 108\,000 \text{ Kč}$$

Za krmení pro 2100 slepic po dobu 80 dní zaplatí majitel přibližně 108 000 Kč.

Shrnutí: Při řešení trojčlenek s nepřímou úměrností využíváme toho, že zůstává stejný počet toho, co rozdělujeme.