

2.5.26 Procenta pomocí trojčlenky

Předpoklady: 020525

Pedagogická poznámka: Že procenta představují trojčlenku objeví určitě někdo už v předchozí hodině. Takový žák trojčlenku k počítání samozřejmě používat může, ale zbytku třídy to neříkáme. Obecný fakt z toho děláme až nyní.

Př. 1: Adam s Honzou soutěží v hodu šestek na koš. Adam dal 17 z 37 pokusů, Honza 23 z 50. Kdo z nich má větší úspěšnost?

Adam: $\frac{17}{37} \doteq 0,459 \Rightarrow$ procentní úspěšnost 45,9 %.

Honza: $\frac{23}{50} = 0,46 \Rightarrow$ procentní úspěšnost 46,0 %.

Honza má větší úspěšnost při hodu šestek.

Pedagogická poznámka: Žáci řeší při řešení příkladu zajímavý problém. Úspěšnost zaokrouhlují na celá čísla (automaticky bez vyzvání), zároveň potřebují zachovat rozdíl mezi Adamem a Honzou. Většinou dospějí k tomu, že Adamovu úspěšnost zaokrouhlí dolů na 45 %. Je třeba jim vysvětlit, že takto postupovat nemohou, protože Adamova úspěšnost se při zaokrouhlení na jednotky musí zaokrouhlit na 46 %. Pokud chtějí mezi oběma čísly zachovat rozdíl, musí výsledek udávat přesněji na jedno desetinné místo. Objevují se také žáci, kteří Adama zaokrouhlí správně na 46 % a pak prohlásí, že oba chlapci mají stejnou úspěšnost.

Př. 2: Tatranka (lísko oříšková) obsahuje podle údajů na obalu ve 100 g výrobku 31 g tuků, 57 g sacharidů a 7,8 g bílkovin. Kolik procent tuků, sacharidů a bílkovin obsahuje? Kolik gramů tuků, sacharidů a bílkovin obsahuje jeden oplatek o hmotnosti 47 g.

Určení procent

100 g ... 100% \Rightarrow ihned vidíme: 1g ... 1%

31 g tuků ... 31 %

57 g sacharidů ... 57%

7,8 g bílkovin ... 7,8%

Určení hmotnosti

tuky v 47 g oplatku: $47 \cdot 0,31 \text{ g} = 14,6 \text{ g}$

sacharidy v 47 g oplatku: $47 \cdot 0,57 \text{ g} = 26,8 \text{ g}$

bílkoviny v 47 g oplatku: $47 \cdot 0,078 \text{ g} = 3,7 \text{ g}$

Jeden oplatek obsahuje 14,6 g tuků, 26,8 g sacharidů a 3,7 g bílkovin.

Vztah mezi procenty a procentovou částí už známe: „Čím větší je počet procent, tím větší je procentová část“ \Rightarrow jde o přímou úměrnost \Rightarrow příklady na procenta můžeme řešit pomocí trojčlenky.

K řešení následujících příkladů využij trojčlenku.

Př. 3: Lyžařské boty stojí po slevě 20 % 4990 Kč. Kolik stály před slevou?

| | | |
|-------|-----|---------|
| 80 % | ... | 4990 Kč |
| 100 % | ... | x Kč |

$$\frac{x}{100} = \frac{4990}{80} \quad / \cdot 100$$

$$x = \frac{4990}{80} \cdot 100 = 6237,50 \text{ Kč}$$

Boty stály před slevou 6237,50 Kč.

Jako základ (100 %) bereme vždy hodnotu, ze které vycházíme (původní hodnotu).

Př. 4: Běžná cena lyží v obchodě je 5990 Kč. Pro všechny návštěvníky nočního prodeje platí sleva 15 %. Za kolik je možné lyže koupit během nočního prodeje?

| | | |
|-------|-----|---------|
| 100 % | ... | 5990 Kč |
| 85 % | ... | x Kč |

$$\frac{x}{85} = \frac{5990}{100} \quad / \cdot 85$$

$$x = \frac{5990}{100} \cdot 85 = 5091,50 \text{ Kč}$$

Lyže je během nočního prodeje možné koupit za 5091,50 Kč.

Př. 5: Cena elektřiny pro domácnosti stoupla z 1,60 Kč v roce 2002 na 3,10 Kč v roce 2012. O kolik procent se cena během deseti let zvýšila?

| | | |
|-------|-----|--------|
| 100 % | ... | 1,6 Kč |
| x % | ... | 3,1 Kč |

$$\frac{x}{3,1} = \frac{100}{1,6} \quad / \cdot 3,1$$

$$x = \frac{100}{1,6} \cdot 3,1 = 193,75$$

Cena elektřiny pro domácnosti se od roku 2002 do roku 2012 zvýšila o 93,75 %.

Př. 6: Pečením maso ztratí 30 % své váhy. Kolik masa musíme dát péct, abychom získali po upečení 200 g porci?

Maso po upečení ztratilo 30 % váhy \Rightarrow obsahuje pouze 70 % původní váhy.

| | | |
|-------|-----|-------|
| 70 % | ... | 200 g |
| 100 % | ... | x g |

$$\frac{x}{100} = \frac{200}{70} \quad / \cdot 100$$

$$x = \frac{200}{70} \cdot 100 \doteq 286 \text{ g}$$

Pokud chceme mít po upečení 200 g masa, musíme dát péct 286 g syrového masa.

Př. 7: Notebook stojí 15 990 Kč. Jde o zboží z dovozu. Kurs koruny však poklesl z 25 Kč za euro na 27 Kč. Jak se změní cena notebooku, pokud jeho prodejce promítne do ceny celý pokles koruny?

Spočteme na kolik procent vzrostla cena eura a stejným způsobem zvýšíme cenu notebooku.

| | | |
|-------|-----|-------|
| 25 Kč | ... | 100 % |
| 27 Kč | ... | x |

$$\frac{x}{27} = \frac{100}{25} \quad / \cdot 27$$

$$x = \frac{100}{25} \cdot 27 = 108 \%$$

| | | |
|-----------|-----|-------|
| Notebook | | |
| 15 990 Kč | ... | 100 % |
| x | ... | 108 % |

$$\frac{x}{108} = \frac{15990}{100} \quad / \cdot 108$$

$$x = \frac{15990}{100} \cdot 108 = 17\,269,20 \text{ Kč}$$

Pokud prodejce promítne do ceny celou změnu kurzu, bude notebook stát 17 269,20 Kč

Pedagogická poznámka: Příklad je možné řešit i trojčlenkou bez procent.

| | | |
|-------|-----|--------|
| 25 Kč | ... | 15 990 |
| 27 Kč | ... | x |

Př. 8: K ceně výrobků prodávaných v obchodech musejí obchodní připočítat daň z přidané hodnoty (DPH). Její základní sazba je 21 %, snížená sazba (potravin, léky, ...) je 15 %. Noname mobil stojí v obchodě 4990 Kč, noname chleba stojí 25 Kč. Urči pro oba výrobky:

- cenu v procentech, kterou platí zákazník,
- cenu výrobku bez DPH,
- DPH, kterou zákazník zaplatí při koupi výrobku.

a) cenu v procentech, kterou platí zákazník

Původní cena bez DPH představuje 100 % \Rightarrow

- cena mobilu je 121 %,
- cena chleba je 115 %.

b) cenu výrobku bez DPH

mobil
 4990 Kč ... 121 %
 x ... 100 %

$$\frac{x}{100} = \frac{4990}{121} \quad / \cdot 100$$

$$x = \frac{4990}{121} \cdot 100 \doteq 4124 \text{ Kč}$$

chléb
 25 Kč ... 115 %
 x ... 100 %

$$\frac{x}{100} = \frac{25}{115} \quad / \cdot 100$$

$$x = \frac{25}{115} \cdot 100 = 21,70 \text{ Kč}$$

c) DPH, kterou zákazník zaplatí při koupi výrobku

mobil: $4990 - 4124 = 866 \text{ Kč}$

Chléb: $25 - 21,70 = 3,30 \text{ Kč}$

Cena mobilu bez DPH by činila 4124 Kč, v jeho ceně tak zaplatíme na DPH 866 Kč. Cena chleba bez DPH by činila 21,70 Kč, v jeho ceně tak na DPH zaplatíme 3,30 Kč.

Pedagogická poznámka: Určitě se objeví nějaký žák, který začne vzdychat (naočkován z domova) nad tím, jak strašně nás ten stát odírá. V takovém případě není od věci nechat děti, aby vyjmenovali, co všechno od státu dostávají (například i příspěvky na hypotéky) a hlavně, kdo vybírá politiky, kteří o daních i jejich utrácení rozhodují (ano, hodně se u nás krade, ale dokud budeme pořád dokola vybírat politiky, kteří pro zlodějny vytvářejí podmínky nebo si stěžovat doma u televize, zlepší se to jenom těžko.

Př. 9: Jedna LED dioda stojí s DPH 2,34 Kč. Při koupi více než devíti diod se cena bez DPH sníží na 1,59 Kč. Majda potřebuje 9 diod. Kolik diod si koupí, aby to pro ni bylo nejvýhodnější?

Majda může rozvažovat, zda je výhodnější koupit 9 diod za normální cenu, nebo 10 diod za sníženou cenu.

9 diod za normální cenu (uvedena s DPH): $9 \cdot 2,35 = 21,15 \Rightarrow$ zaplatí 21 Kč.

U snížené ceny musíme vypočítat cenu s DPH: $1,59 \cdot 1,21 = 1,9239 \Rightarrow$ cena za 10 diod 19 Kč.

Pro Majdu je výhodnější koupit 10 diod za sníženou cenu (ušetří 2 Kč a ještě bude mít jednu diodu navíc).

Př. 10: Najdi počet obyvatel Třeboně a údaje o věkovém složení obyvatelstva v jihočeském kraji ke konci roku 2012 (věkové skupiny 0-14, 15-65 a 65 a více let). Odhadni počet

děti ve věku 0-14 let v Třeboni. Poté počet obyvatel v jednotlivých skupinách vypočítej pomocí údajů o obyvatelstvu Jihočeského kraje. To samé proved' pro Domanín. Své výsledky srovnaj s údaji věkových skupinách pro obě obce. Zkus najít důvody rozdílů.

Shrnutí: Čím více procent, tím větší hodnota procentní části \Rightarrow příklady o procentech se dají řešit trojčlenkou.