

2.5.28 Procenta okolo nás II

Předpoklady: 020527

Tématické příklady po skončení lyžařského kurzu

Př. 1: První družstvo mělo původně 12 členů. Uplynulo několik pár dní výcviku a 25 % členů zůstalo na chatě kvůli zdravotním problémům. Kolik členů prvního družstva lyžuje?

25 % členů zůstalo na chatě \Rightarrow 75 % lyžuje.

$$0,75 \cdot 12 = 9$$

Stále lyžuje 9 členů družstva.

Př. 2: Devět členů lyžařského družstva stojí na svahu. Pět z nich fňuká, že je bolí nohy, čtyři si potřebují balit. Jen dva členové nemají žádný problém. Kolik procent členů družstva bolí nohy a ještě potřebuje (pře)balit?

2 členové nemají problém \Rightarrow 7 členů má jeden nebo oba problémy.

$4 + 5 = 9$, problémy má pouze 7 členů \Rightarrow 2 členy jsme započítali dvakrát a mají tedy oba problémy.

$$\frac{2}{9} \doteq 0,22$$

Přibližně 22 % členů družstva má problémy.

Př. 3: Šest členů (což je 37,5 %) lyžařského družstva jezdí z kopce a strašně v tom sedí. Kolik členů má družstvo?

6 členů	...	37,5 %
x členů	...	100 %

$$\frac{x}{100} = \frac{6}{37,5} \quad / \cdot 100$$

$$x = \frac{6}{37,5} \cdot 100 = 16$$

Družstvo má 16 členů.

Př. 4: Devět členů lyžařského týmu během 15 minut sedmkrát zaskuhrá. Kolik zaskuhrání by se za dvě hodiny ozvalo z dvanáctičlenného týmu?

Odhad vzorce:

- 9 původních členů: čím více členů mělo první družstvo, tím vzácnější je skuhrání a tím méně skuhrání by se ozvalo v druhém případě $\Rightarrow x = \frac{1}{9}$,

- 15 původních minut: čím více času mělo první družstvo, tím vzácnější je skuhrání a tím méně skuhrání by se ozvalo v druhém případě $\Rightarrow x = \frac{7}{9 \cdot 15}$,
- 7 zaskuhrání: čím vícekrát zaskuhralo první družstvo, tím je skuhrání častější a tím vícekrát zaskuhrá i druhé družstvo $\Rightarrow x = \frac{7}{9 \cdot 15}$,
- 120 minut: čím delší čas pozorujeme druhé družstvo, tím vícekrát se ozve zaskuhrání $\Rightarrow x = \frac{7 \cdot 120}{9 \cdot 15}$,
- 12 členů: čím větší počet členů má druhé družstvo, tím vícekrát se ozve zaskuhrání $\Rightarrow x = \frac{7 \cdot 120 \cdot 12}{9 \cdot 15} \doteq 75$.

Výpočet pomocí dvojité trojčlenky:

9 členů	...	15 minut	...	7 skuhrání
12 členů	...	120 minut	...	x skuhrání

Zachováme počet členů skupiny.

9 členů	...	15 minut	...	7 skuhrání
9 členů	...	120 minut	...	y skuhrání

Čím déle skupinu pozorujeme, tím vícekrát se zvýší počet zaskuhrání \Rightarrow přímá úměrnost.

$$\frac{y}{120} = \frac{7}{15} \quad / \cdot 120 \quad (\text{počet zaskuhrání za jednu minutu se nemění})$$

$$y = \frac{7}{15} \cdot 120 = 56$$

9 členů	...	120 minut	...	56 skuhrání
12 členů	...	120 minut	...	x skuhrání

Čím větší je počet členů skupiny, tím vícekrát se ozve zaskuhrání \Rightarrow přímá úměrnost.

$$\frac{x}{12} = \frac{56}{9} \quad / \cdot 12 \quad (\text{počet zaskuhrání na jednoho člena týmu se nemění})$$

$$x = \frac{56}{9} \cdot 12 \doteq 75$$

Z 12 členů skupiny se za dvě hodiny ozve 75 zaskuhrání.

Př. 5: Při nákupu dovolené můžeme ušetřit jednak nákupem Last minute (na poslední chvíli) nebo First minute (nákup v prvním okamžiku). Kolik může rodina ušetřit na zájezdu s plnou cenou 43900, pokud využijí slevu First minute v hodnotě 15 %?

$$43900 \cdot 0,15 = 6585 \text{ Kč}$$

Rodina může ušetřit 6 585 Kč.

Př. 6: Petra nastoupila do práce s nástupním platem 19 500 Kč. Po uplynutí zkušební lhůty má slíbeno zvýšení o 15 % a pokud se osvědčí, čeká ji po roce další zvýšení o 20 %. Jakého platu může po roce dosáhnout?

$$\text{Po prvním zvýšení o 15 \% , má plat 115 \% : } 19\,500 \cdot 1,15 = 22\,425 \text{ Kč}$$

Po druhém zvýšení o 20 % má plat 120 % z předchozí částky: $19\,500 \cdot 1,15 \cdot 1,2 = 26\,910$ Kč

Petra může po roce dosáhnout platu 26 910 Kč.

Př. 7: Ondřej zaměstnává o prázdninách své spolužáky. Ze mzdy, kterou jim platí, odevzdává 15 % na dani. Kolik celkem odevzdá na daních, když zaměstná pět spolužáků s čistou mzdou 9500 Kč?

Jako hrubou mzdu označujeme oficiální plat zaměstnance, část platu (například 15 % u smluv na vykonání díla) musí zaměstnanec odevzdat státu na daních, zbytek (čistá mzda) patří zaměstnanci.

15 % daň \Rightarrow čistá mzda představuje 85 % hrubé mzdy.

85 % ... 9500 Kč

15 % ... x Kč

$$\frac{x}{15} = \frac{9500}{85} \quad / \cdot 15$$

$$x = \frac{9500}{85} \cdot 15 \doteq 1\,676,47 \text{ Kč}$$

$$5 \text{ zaměstnanců: } 5 \cdot 1\,676,47 = 8\,382,35 \doteq 8\,382 \text{ Kč}$$

Ondřej odevzdává na daních celkem 8 382 Kč.

Př. 8: Martina si přivydělává zprostředkováním brigád kamarádům. S každým se domluví na určitém počtu procent z jeho mzdy, které od něj za zprostředkování dostane. Kuba si na brigádě vydělal 8500 Kč a má ji dát 12 %, Ája si vydělala 11 200 Kč a za zprostředkování zaplatí 6 % a Julča má dát 10 % ze své mzdy 6900 Kč. Kolik dostane Martina dohromady?

Peníze od jednotlivých spolužáků:

- Kuba: $8500 \cdot 0,12 = 1020$ Kč,
- Ája: $11\,200 \cdot 0,06 = 672$ Kč,
- Julča: $6900 \cdot 0,10 = 690$ Kč.

Celkem: $1020 + 672 + 690 = 2382$ Kč.

Martina dostane za zprostředkování brigád celkem 2382 Kč.

Př. 9: Zájezd stojí pro dospělého člověka 18 750 Kč, děti do 10 let mají slevu 20 %, děti do 15 let slevu 15 %. Kolik zaplatí pětičlenná rodina se dvěma dospělými a dětmi ve věku 9, 11 a 13 let?

- Dospělí: $2 \cdot 18\,750 = 37\,500$ Kč,
- děti 11 a 13 let: $18\,750 \cdot 0,85 \cdot 2 = 31\,875$ Kč,
- dítě 9 let: $18\,750 \cdot 0,80 = 15\,000$ Kč.

Celkem: $37\,500 + 31\,875 + 15\,000 = 84\,375$ Kč.

Pětičlenná rodina zaplatí za dovolenou 84 375 Kč.

Pedagogická poznámka: Diskuse o následujícím příkladu s celou třídou obvykle následuje až na začátku další hodiny. Rychlejší část třídy problém řeší diskusí mezi sebou a konfrontací se zdroji na internetu.

Př. 10: Mlékárna odebírá mléko, které obsahuje 4,3 % tuku (4,3 % hmotnosti mléka tvoří tuk). Mlékárna část tuku odebere a vyrobí z něj máslo (82 % tuku) a polotučné mléko (1,5 % tuku). Kolik litrů mléka je potřeba na výrobu jedné kostky másla (250 g)?

Kolik g tuku je třeba na výrobu kostky másla: 82 % z 250 g: $0,82 \cdot 250 = 205$ g.

První odhad: 100 g mléka obsahuje 4,3 g tuku, po odebrání 2,8 g tuku ho zbude 1,5 g.

100 g mléka	...	2,8 tuku
x g mléka	...	205 g tuku

$$\frac{x}{205} = \frac{100}{2,8} \quad / \cdot 205$$

$$x = \frac{100}{2,8} \cdot 205 \doteq 7300 \text{ g mléka}$$

Správný odhad

Mléko, které vznikne podle předchozího postupu, nemá obsah mléka 1,5 %: tuk 1,5 g, zbytek

95,7 g \Rightarrow obsah tuku $\frac{1,5}{95,7} \doteq 0,0157 \Rightarrow$ obsah tuku je 1,57 % (více než měl být). Důvod je

jasný, máme sice 1,5 g tuku, ale netučného mléka není 98,5 g \Rightarrow ze 100 g tučného mléka musíme odebrat více tuku než 2,8 g.

Odebereme x g tuku \Rightarrow ze 100 g tučného mléka zůstane 95,7 g netučného mléka a $4,3 - x$ g

tuku, který by měl tvořit 1,5 % $\Rightarrow \frac{4,3 - x}{95,7} = 0,015 \quad / \cdot 95,7$.

$$4,3 - x = 0,015 \cdot 95,7 \quad / +x$$

$$4,3 = 0,015 \cdot 95,7 + x \quad / -0,015 \cdot 95,7$$

$$x = 4,3 - 0,015 \cdot 95,7 = 2,8645$$

100 g mléka	...	2,8645 tuku
x g mléka	...	205 g tuku

$$\frac{x}{205} = \frac{100}{2,8645} \quad / \cdot 205$$

$$x = \frac{100}{2,8645} \cdot 205 \doteq 7160 \text{ g mléka}$$

K výrobě jedné kostky másla potřebujeme 7,2 litru tučného mléka.

Pedagogická poznámka: Nedá se očekávat, že by žáci samostatně místo prvního odhadu počítali ten správný, je třeba je trochu popostrčit, aby začali přemýšlet o tom, že získané mléko bude mít větší procentu tuku než 1,5.

Shrnutí:

