

2.5.34 Procenta - opakování

Předpoklady: 020532

Pedagogická poznámka: První dva příklady by měl snadno zvládnout každý. Pokud se objeví problém, může signalizovat zásadní nepochopení procent nebo zlomků.

Pedagogická poznámka: U příkladu 7 a 8 se počítá s využitím internetu.

Př. 1: V současnosti má každý desátý prodaný televizor UltraHD rozlišení. Kolik procent televizorů se prodává s UltraHD rozlišením?

Každý desátý \Rightarrow desetina prodávaných televizorů má UltraHD rozlišení \Rightarrow vyjádříme pomocí procent $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} \Rightarrow$ v současnosti má 10 % prodávaných televizorů UltraHD rozlišení.

Př. 2: Ve výzkumu společnosti Kaspersky Lab provedeném v létě roku 2013 se zjistilo, že během předchozích 12 měsíců každý sedmý Čech přišel (poškození, krádež, ztráta, ...) o své mobilní zařízení (tablet, smartphone nebo laptop). Kolik procent Čechů podle tohoto výzkumu o své mobilní zařízení přišlo? Naše škola má 350 studentů, kolik z nich během uplynulého roku přišlo o své mobilní zařízení, jestliže i pro ně platí závěry zmiňovaného průzkumu?

Každý sedmý \Rightarrow sedmina Čechů přišla o mobilní zařízení
 $1:7 \doteq 0,1429 \Rightarrow$ přibližně 14 % Čechů přišlo o své mobilní zařízení.
 $350 \cdot 0,14 = 49 \Rightarrow$ z 350 studentů školy by o mobilní zařízení mělo přijít 49 studentů.

Př. 3: Kromě klasického popisu změn pomocí procent se používá i termín procentní bod. Oba termíny se často zaměňují (což je špatně). Například změnu úrokové sazby u vkladu ze 4 % na 5 % můžeme popsat jako:
1) zvýšení úroku o 25 % 2) zvýšení úroku o jeden procentní bod.
a) Vysvětli rozdíl mezi oběma způsoby vyjádření.
b) Úroková míra se zvýšila z 5 % na 6,5 %. Popiš toto zvýšení pomocí procent i pomocí procentních bodů.

Změna úrokové sazby u vkladu ze 4 % na 5 % znamená zvýšení úroku o 25 % \Rightarrow počáteční úrokovou míru 4 % bereme jako 100 % a popisujeme kolik je vzhledem k tomuto celku 1 zvýšení.

4 ... 100 %
1 ... x

$$\frac{x}{1} = \frac{100}{4} = 25$$

Úroková míra se tedy zvětšila o 25 % své původní hodnoty 4 %.

Změna úrokové sazby u vkladu ze 4 % na 5 % znamená zvýšení úroku o 1 procentní bod \Rightarrow počáteční úrokovou míru 4 % bereme jako 4 % z nějakého vkladu a nová úroková míra je 1 % vyšší. Všechna procenta se pořád vztahují k původnímu celku – vložené částce.
 \Rightarrow

- změna „o procenta“ znamená, že vycházíme z původního počtu procent (procenta, která uvádíme, jsou tedy „procenta z procent“),
- změna „o procentní bod“ znamená, že vycházíme z původního celku (procentní body, které uvádíme jsou tedy „původní procenta z něčeho“).

Úroková míra se zvýšila z 5 % na 6,5 %

$$\begin{array}{l} 5 \quad \dots \quad 100 \% \\ 1,5 \quad \dots \quad x \\ \frac{x}{1,5} = \frac{100}{5} \Rightarrow x = \frac{100}{5} \cdot 1,5 = 30 \end{array}$$

Pokud se úroková míra zvýšila z 5 % na 6,5 % můžeme tvrdit:

- úroková míra se zvýšila o 30 %,
- úroková míra se zvýšila o 1,5 procentního bodu.

Př. 4: Preference politické strany „Nezkorumpovaní“ klesly během posledního měsíce před volbami o dva procentní body na 9 %. Jaké byly její původní preference?

Původní preference této politické strany byly 11 %.

Př. 5: Preference politické strany „Nejspravedlivější“ se během posledního měsíce před volbami zvýšili o 40 %. Jaké byly původní preference této strany, jestliže v posledním výzkumu dosáhly 21 %?

$$\begin{array}{l} 21 \% \quad \dots \quad 140 \% \\ x \% \quad \dots \quad 100 \% \\ \frac{x}{100} = \frac{21}{140} \Rightarrow x = \frac{21}{140} \cdot 100 = 15 \% \end{array}$$

Strana „Nejspravedlivější“ měla původní preference 15 %.

Př. 6: Naopak preference politického hnutí „Nejzodpovědnější“ klesly o 20 % na 24 %. Jaké byly její původní preference?

$$\begin{array}{l} 24 \% \quad \dots \quad 80 \% \\ x \% \quad \dots \quad 100 \% \\ \frac{x}{100} = \frac{24}{80} \Rightarrow x = \frac{24}{80} \cdot 100 = 30 \% \end{array}$$

Strana „Nejzodpovědnější“ měla původní preference 30 %.

Př. 7: Láhev vodky má objem 0,7 l a obsahuje 40 % alkoholu (objem alkoholu v lahvi činí 40 %). Kolik litrů lihu a litrů vody obsahuje? Kolik kg vody a kolik kg lihu obsahuje? Urči hmotnostní obsah alkoholu v láhvi. Předpokládej, že množství ostatních látek kromě vody a lihu je zanedbatelné.

Objem lihu (40 % objemu): $0,4 \cdot 0,7 = 0,28$ litru.

Objem vody (60 % objemu): $0,6 \cdot 0,7 = 0,42$ litru.

Voda a líh se liší hustotou \Rightarrow z hustoty obou látek vypočteme jejich hmotnosti.

Voda: hustota 1000 kg/m^3

1 litr vody ... 1 kg
0,42 litru ... $0,42 \cdot 1 = 0,42 \text{ kg}$

Líh: hustota 790 kg/m^3

1 litr lihu ... 0,79 kg
0,28 litru ... $0,28 \cdot 0,79 = 0,22 \text{ kg}$

Celková hmotnost: $0,42 + 0,22 = 0,64 \text{ kg}$

100 % ... 0,64 kg
 x % ... 0,22 kg

$$\frac{x}{0,22} = \frac{100}{0,64} \quad / \cdot 0,22$$

$$x = \frac{100}{0,64} \cdot 0,22 = 34 \%$$

Láhev 40 % vodky má hmotností obsah alkoholu 34 %.

Př. 8: Obsah zlata v hornině je i v místech, kde se zlato těží velice nízky, proto se udává ve speciální jednotce ppm (případně ppb). Co znamená, že obsah zlata v rudě je 15 ppm? Kolik takového horniny bychom museli vytěžit, abychom z ní mohli získat 1 kg ryzího zlata? Kolik procent zlata hornina obsahuje?

ppm – part per milion – kolik kg zlata připadá na kolik miliónů kg horniny (nebo látky).
ppb – part per bilion – kolik kg zlata připadá na kolik miliard kg horniny (nebo látky).

15 ppm: látka obsahuje 15 milióntin zlata, tedy 15 kg zlata v 1 000 000 kg horniny.

Můžeme použít přímou úměrnost.

15 kg ... 1 000 000 kg
1 kg ... x

Poměr hornina/zlato se nemění: $\frac{x}{1} = \frac{1\,000\,000}{15} = 67\,000 \text{ kg}$

Procentní obsah zlata: $\frac{15}{1\,000\,000} = 0,000\,015 \Rightarrow 0,0015 \%$.

Na získání 1 kg zlata je třeba vytěžit 67 tun horniny z obsahem 15 ppm zlata. Hornina obsahuje 0,0015 % zlata.

Pedagogická poznámka: Následující příklad je ochutnávka pro nejlepší, kteří nemají problém s počítáním s písmenky. Je zajímavé, kdo si všimne, že písmenko k , které udává plat středoškolsky vzdělaných zaměstnanců, se ve výsledku vůbec nevyskytuje a jeho hodnota tudíž vůbec nemusí být zadána.

Př. 9: Ve firmě pracuje 20 zaměstnanců se středoškolským a 8 zaměstnanců s vysokoškolským vzděláním. Průměrný plat středoškoláků je k Kč, průměrný plat vysokoškoláků je o 50 % vyšší. O kolik procent je průměrný plat ve firmě vyšší než průměrný plat středoškoláků?

Průměrný plat vysokoškoláků vyšší o 50 %: $k + \frac{50}{100}k = k + \frac{1}{2}k = \frac{3}{2}k$.

Celkový plat ve firmě: $20 \cdot k + 8 \cdot \frac{3}{2}k = 20k + 12k = 32k$.

Průměrný plat: $\frac{\text{celkový plat ve firmě}}{\text{počet zaměstnanců}} = \frac{32k}{20+8} = \frac{32k}{28} = \frac{8}{7}k \Rightarrow$ průměrný plat ve firmě je o $\frac{1}{7}$ větší než plat středoškoláka.

k ... 100 %

$\frac{1}{7}k$... x %

$$\frac{x}{\frac{1}{7}k} = \frac{100}{k} \quad / \cdot \frac{1}{7}k$$

$$x = \frac{100}{k} \cdot \frac{1}{7}k = \frac{100}{7} = 14,3 \%$$

Průměrný plat ve firmě je 14,3 % vyšší než plat středoškoláka.

Shrnutí: