

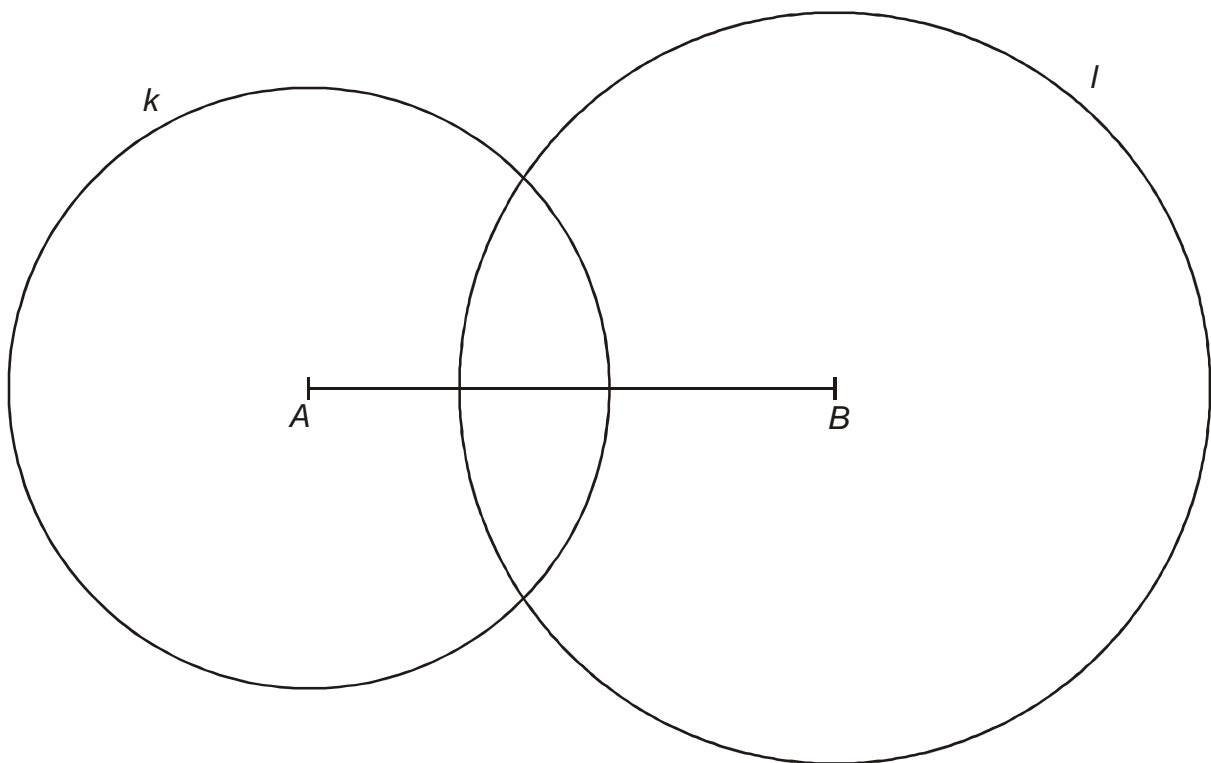
2.7.2 Typy čtyřúhelníků

Předpoklady: 020701

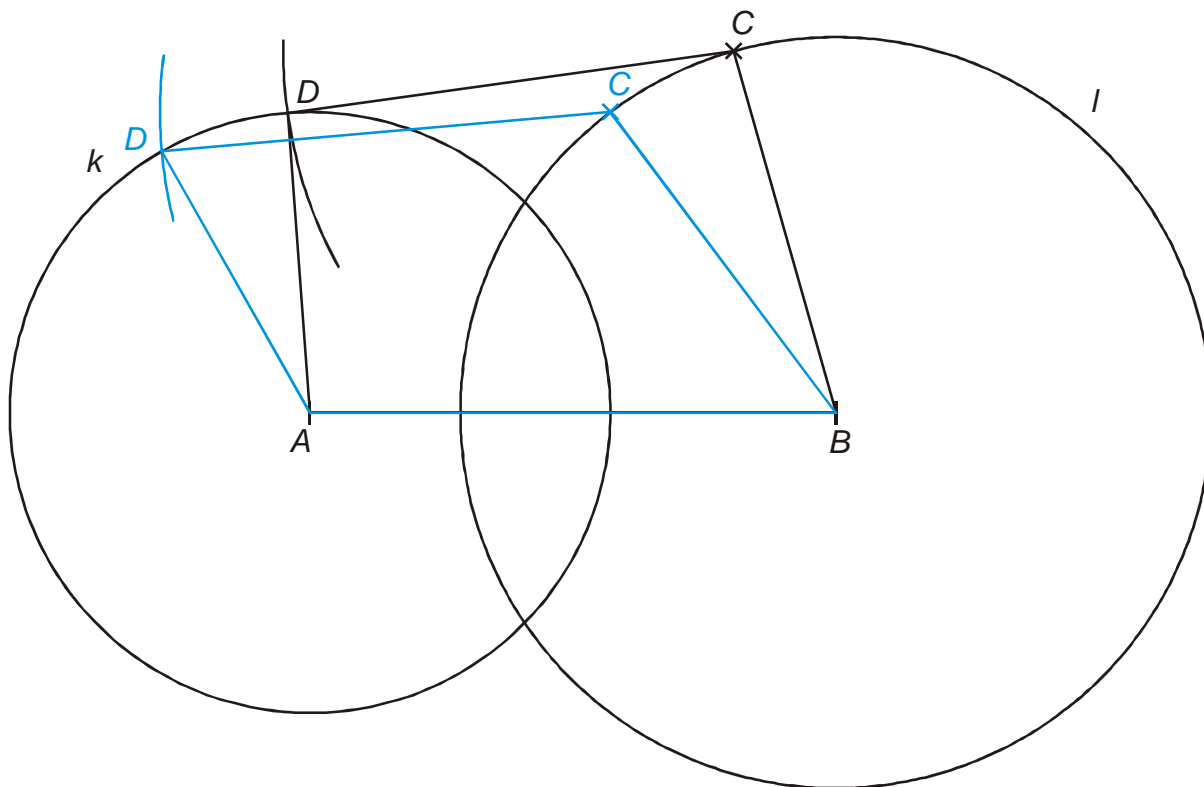
Př. 1: Narýsuj čtyřúhelník $ABCD$: $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|CD| = 6$ cm, $|DA| = 4$ cm. Je tento čtyřúhelník zadán jednoznačně?

Postupně rýsujeme:

1. AB , $|AB| = 7$ cm
2. k , $k(S; |DA| = 4$ cm) (na ní leží bod D)
3. l , $l(B; |BC| = 5$ cm) (na ní leží bod C)



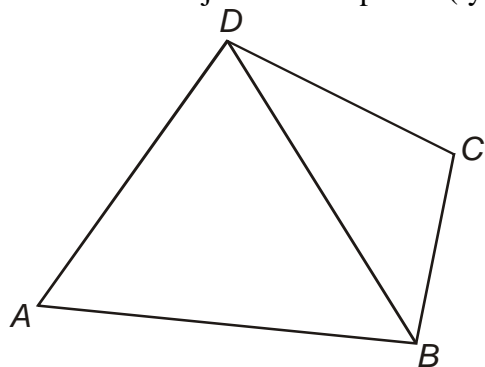
Máme nekonečně mnoho možností, jak si na kružnici l vybrat bod C , ze kterého půjde narýsovat kružnice, která se protne s kružnicí k a ukáže nám tak bod $D \Rightarrow$ čtyřúhelník zadán pomocí čtyř stran není zadán jednoznačně.



Pedagogická poznámka: Možnost deformovat čtyřúhelník zadaných čtyřmi stranami si ukážeme na modelu v Geogebra. Daleko nejlepší možností je, když si čtyřúhelník sestavíte z Merkurů a dáte ho žákům do ruky (na tomto modelu se dobře ukazuje i následující příklad).

Př. 2: Kolik údajů musíme znát pro jednoznačnou konstrukci obecného čtyřúhelníka?

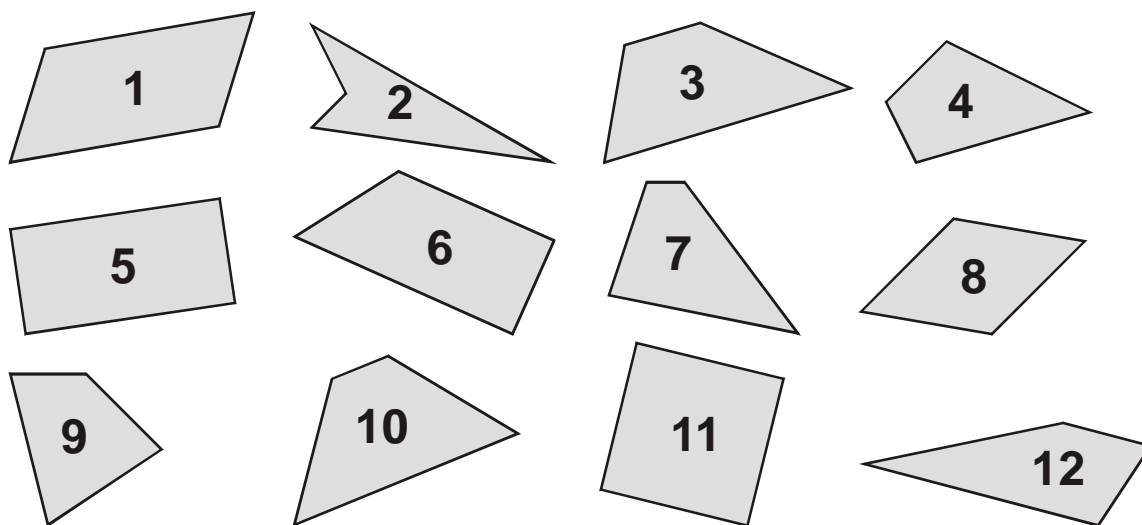
Zdá se, že čtyřúhelník z předchozího příkladu by přestal být deformovatelný, kdybychom stanovili délku jedné z úhlopříček (ty se během jeho deformování měnily).



Čtyřúhelník jsme vlastně rozdělili na dva trojúhelníky (ABD a BCD), u obou známe tři strany (strana BD je společná) \Rightarrow oba trojúhelníky jsou zadané jednoznačně a je tedy zadaný jednoznačně i čtyřúhelník.

Obecný čtyřúhelník je zadán jednoznačně pěti údaji.

Př. 3: Projdi si na obrázku čtyřúhelníky a najdi mezi nimi takové, které mají speciální vlastnosti. Které to jsou. Kolik takových skupin existuje?



Speciální vlastnost:

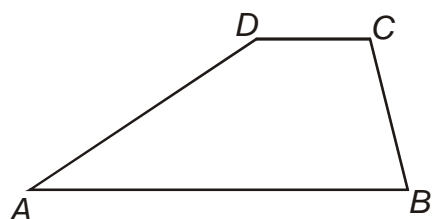
- jedna dvojice rovnoběžných stran (3, 6, 10, 12) – **lichoběžníky** (lichý počet rovnoběžných stran),
- dvě dvojice rovnoběžných stran (1, 5, 8, 11) – **rovnoběžníky**.

V obou skupinách najdeme další podskupiny (například pravoúhelníky u rovnoběžníků).

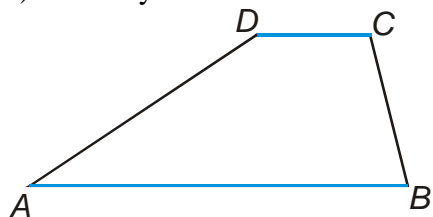
Pedagogická poznámka: Žáci samozřejmě nejdříve nabízejí čtverce a obdélníky. Postupně se snažím zužovat možnosti (obě skupiny jsou větší). Nejdříve přijdou s rovnoběžníky, teprve když se shodneme na jejich charakteristické vlastnosti (dvě dvojice rovnoběžných stran), objeví se nápad i na jednu dvojici rovnoběžných stran.

Př. 4: Nakresli do sešitu obrázek lichoběžníku. Vyznač:

- a) základny lichoběžníku, b) ramena lichoběžníku,
c) výšku lichoběžníku.

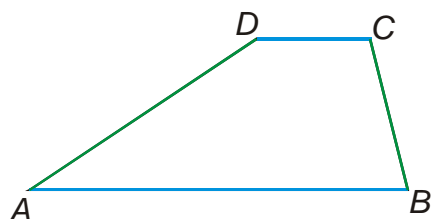


a) základny lichoběžníku



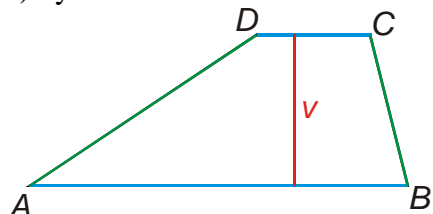
Základny jsou zřejmě strany, na kterých lichoběžník stojí, tedy strany, které jsou rovnoběžné.

b) ramena lichoběžníku



Zbývající dvojice stran.

c) výšku lichoběžníku.



Výškou lichoběžníku bude kolmá vzdálenost základen (můžeme ji nakreslit kamkoliv) Ramena se protnou, takže nemá smysl se zabývat jejich vzdáleností.

Pedagogická poznámka: Žáci mají obrázek samozřejmě pouze jeden.

Př. 5: Kolik údajů musí být známo, aby byl lichoběžník zadán jednoznačně?

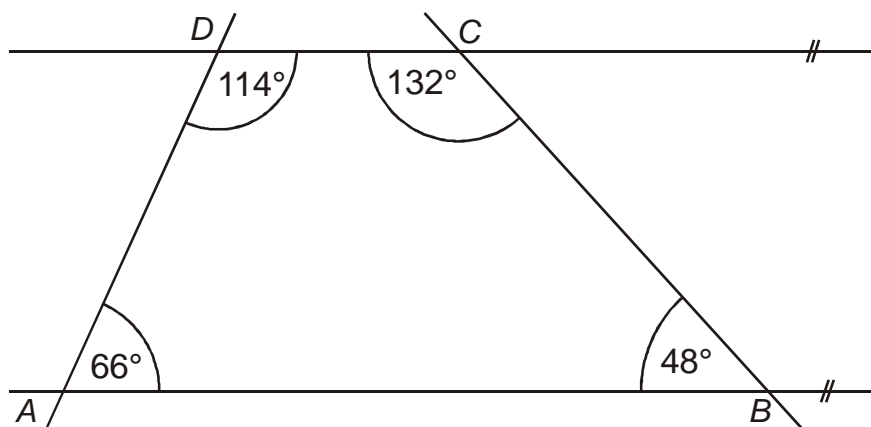
Vlastnost lichoběžníku: základny jsou navzájem rovnoběžné \Rightarrow jeden údaj známe \Rightarrow lichoběžník je zadán jednoznačně, pokud známe čtyři údaje.

Př. 6: Navrhni co nejjednodušší postup, jak narysovat libovolný lichoběžník.

Narýsujeme dvě rovnoběžky (budoucí základny) a necháme je protnout dvojicí různoběžek (tak vzniknou ramena).

Pedagogická poznámka: Před následujícím příkladem je třeba smazat tabuli, v jeho průběhu pak na ní rychlejší žáci kreslí své lichoběžníky s úhly. K tabuli posílám žáky, kterým to přesně vychází nebo kterým to vychází téměř (skutečné rýsování přináší chyby) a kteří to mají evidentně špatně.

Př. 7: Narýsuj libovolný lichoběžník. Změř jeho vnitřní úhly a hledej pravidlo. Pokus se nalezené pravidlo zdůvodnit.



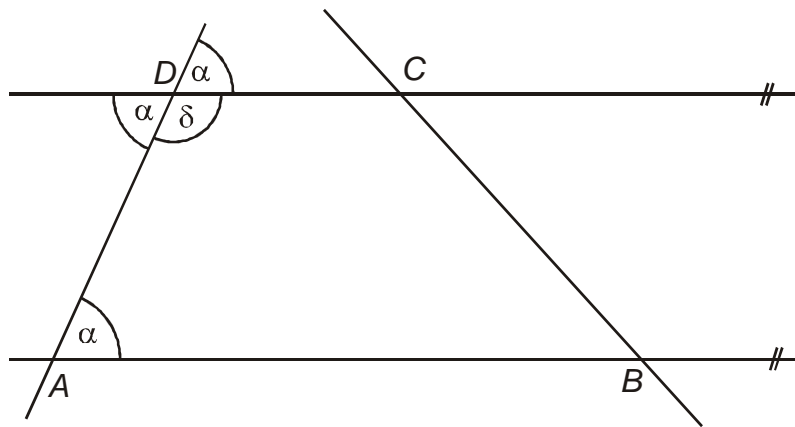
$\alpha = 66^\circ$, $\beta = 48^\circ$, $\gamma = 132^\circ$, $\delta = 114^\circ$

Zdá se, že platí:

- $\alpha + \delta = 66^\circ + 114^\circ = 180^\circ$,
- $\beta + \gamma = 48^\circ + 132^\circ = 180^\circ$,

celkově: $\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$.

Zdůvodnění:



Základny lichoběžníku jsou rovnoběžky protaené příčkou \Rightarrow úhel α je také u vrcholu $D \Rightarrow$ platí $\alpha + \delta = 180^\circ$.

Př. 8: Najdi a vyfotografuj mimo školu lichoběžník (předmět, který má tvar lichoběžníku).

Shrnutí: U čtyřúhelníků můžeme najít dvě speciální skupiny: rovnoběžníky (dva páry rovnoběžných stran) a lichoběžníky (jeden pár rovnoběžných stran).