

## 2.8.13 Výpočty s odmocninami IV

**Předpoklady:** 0208012

**Př. 1:** Zjednoduš.

a)  $\sqrt{5} \cdot 2 \cdot \sqrt{5}$    b)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$    c)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$   
d)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$    e)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$    f)  $\sqrt{14} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{6}$

a)  $\sqrt{5} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot 5 = 10$    b)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$

c)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

d)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$    e)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot 2 = 10$

f)  $\sqrt{14} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

**Př. 2:** Částečně odmocni.

a)  $\sqrt{50}$    b)  $\sqrt{27}$    c)  $\sqrt{24}$    d)  $\sqrt{32}$    e)  $\sqrt{54}$    f)  $\sqrt{48}$

a)  $\sqrt{50} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = 5\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{27} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9} = 3\sqrt{3}$

c)  $\sqrt{24} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

d)  $\sqrt{32} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

e)  $\sqrt{54} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

f)  $\sqrt{48} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{4} = 4\sqrt{3}$

**Př. 3:** Zjednoduš.

a)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{15}$    b)  $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{27}}$    c)  $\sqrt{21} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{7}$    d)  $\sqrt{30} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{20}$

a)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$    b)  $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{25}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{9}} = \frac{5}{3}$

c)  $\sqrt{21} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{5} = 21\sqrt{5}$

d)  $\sqrt{30} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 30 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 60\sqrt{3}$

**Př. 4:** a) Kolikrát musí být v součinu  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \dots \cdot \sqrt{2}$  obsaženo číslo  $\sqrt{2}$ , aby výsledkem bylo přirozené číslo?

b) Kolikrát musí být v součinu  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \dots \cdot \sqrt[3]{5}$  obsaženo číslo  $\sqrt[3]{5}$ , aby výsledkem bylo přirozené číslo?

a) Kolikrát musí být v součinu  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \dots \cdot \sqrt{2}$  obsaženo číslo  $\sqrt{2}$ , aby výsledkem bylo přirozené číslo?

Platí:  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \Rightarrow$  každé dvě odmocniny v součinu dají dohromady přirozené číslo 2  $\Rightarrow$  v součinu musí být sudý počet  $\sqrt{2}$ .

b) Kolikrát musí být v součinu  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \dots \sqrt[3]{5}$  obsaženo číslo  $\sqrt[3]{5}$ , aby výsledkem bylo přirozené číslo?

Platí:  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 5 \Rightarrow$  každé tři odmocniny v součinu dají dohromady přirozené číslo 5  $\Rightarrow$  počet čísel v součinu musí být násobek 3.

**Př. 5:** Zjednoduš.

a)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

b)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$

c)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}$

d)  $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{12}$

e)  $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{9}$

f)  $\sqrt[3]{21} \cdot \sqrt[3]{14} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{36}$

a)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = (\sqrt[3]{2})^3 = 2$

b)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} = 3$

c)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$

d)  $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} = 2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

e)  $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} = 5 \cdot 3 = 15$

f)  $\sqrt[3]{21} \cdot \sqrt[3]{14} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6} = 7 \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{6} = 7 \cdot 6 = 42$

**Př. 6:** Částečně odmocni.

a)  $\sqrt[3]{16}$

b)  $\sqrt[3]{54}$

c)  $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{6}$

d)  $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{12}$

a)  $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{8} = 2\sqrt[3]{2}$

b)  $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{2}$

c)  $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{9} = 2\sqrt[3]{9}$

d)  $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{3} = 5 \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{3} = 10\sqrt[3]{3}$

**Př. 7:** Odhadni řád mocnin (desítky, stovky, tisíce, ...).

a)  $2,75^2$

b)  $7,55^2$

c)  $51,8^2$

d)  $2558^2$

e)  $854^2$

a)  $2,75^2 < 3^2 = 9 \Rightarrow$  jednotky

b)  $7,55^2 < 8^2 = 64 \Rightarrow$  desítky

c)  $51,8^2 \doteq 50^2 = 2500 \Rightarrow$  tisíce

d)  $2558^2 < 3000^2 = 9\,000\,000 \Rightarrow$  milióny

e)  $854^2 < 900^2 = 810\,000 \Rightarrow$  statisíce

**Př. 8:** Odhadni řád mocnin (desetiny, setiny, tisíciny, ...).

a)  $0,701^2$

b)  $0,289^2$

c)  $0,0189^2$

d)  $0,0855^2$

e)  $0,00233^2$

a)  $0,701^2 \doteq 0,7^2 = 0,49 \Rightarrow$  desetiny.

b)  $0,289^2 < 0,3^2 = 0,09 \Rightarrow$  setiny.

- c)  $0,0189^2 \doteq 0,02^2 = 0,0004 \Rightarrow$  desetitisíciny.  
 d)  $0,0855^2 < 0,09^2 = 0,0081 \Rightarrow$  tisíciny.  
 e)  $0,00233^2 \doteq 0,002^2 = 0,000\ 004 \Rightarrow$  milióntiny.

**Př. 9:** Odhadni přibližně hodnoty mocnin a odmocnin.

- a)  $58,3^2$       b)  $\sqrt{3648}$       c)  $0,371^2$       d)  $\sqrt{0,0581}$

a)  $58,3^2 \doteq 60^2 = 3600$  zaokrouhlovali jsme nahoru  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude nižší  $\Rightarrow$   
 $58,3^2 \doteq 3400$  (skutečný výsledek  $58,3^2 = 3\ 398,89$ ).

b)  $\sqrt{3648} \doteq \sqrt{3600} = 60$  zaokrouhlovali jsme dolů  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude vyšší  $\Rightarrow$   
 $\sqrt{3648} \doteq 60,5$  (skutečný výsledek  $\sqrt{3648} \doteq 60,39866$ ).

c)  $0,371^2 \doteq 0,4^2 = 0,16$  zaokrouhlovali jsme nahoru  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude nižší  $\Rightarrow$   
 $0,371^2 \doteq 0,14$  (skutečný výsledek  $0,371^2 = 0,137641$ ).

d)  $\sqrt{0,0581} \doteq \sqrt{0,04} = 0,2$  zaokrouhlovali jsme dolů  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude vyšší  $\Rightarrow$   
 $\sqrt{0,0581} \doteq 0,25$  (skutečný výsledek  $\sqrt{0,0581} \doteq 0,241039$ ).

**Př. 10:** Odhadni řád mocnin (desítky, stovky, tisíce, ...).

- a)  $1,75^3$       b)  $8,55^3$       c)  $51,8^3$       d)  $3558^3$       e)  $854^3$

a)  $1,75^3 < 2^3 = 8 \Rightarrow$  jednotky.

b)  $8,55^3 < 9^3 < 810 \Rightarrow$  stovky.

c)  $51,8^3 \doteq 50^3 = 125\ 000 \Rightarrow$  statisíce.

d)  $3558^3 \doteq 4000^3 = 64\ 000\ 000\ 000 \Rightarrow$  desítky miliard.

e)  $854^3 \doteq 900^3 = 729\ 000\ 000 \Rightarrow$  stovky miliónů.

**Př. 11:** Odhadni řád mocnin (desetiny, setiny, tisíciny, ...).

- a)  $0,709^3$       b)  $0,195^3$       c)  $0,0189^3$       d)  $0,0855^3$       e)  $0,00433^3$

a)  $0,709^3 \doteq 0,7^3 = 0,343 \Rightarrow$  desetiny.

b)  $0,195^3 \doteq 0,2^3 = 0,008 \Rightarrow$  tisíciny.

c)  $0,0189^3 \doteq 0,02^3 = 0,000\ 008 \Rightarrow$  milióntiny.

d)  $0,0855^3 \doteq 0,09^3 = 0,000729 \Rightarrow$  desetitisíciny.

e)  $0,00433^3 \doteq 0,004^3 = 0,000\ 000\ 064 \Rightarrow$  stomilióntiny.

**Př. 12:** Odhadni přibližně hodnoty mocnin a odmocnin.

a)  $0,1926^3$

b)  $\sqrt[3]{107\,500}$

c)  $347^3$

d)  $\sqrt[3]{0,007\,83}$

a)  $0,1926^3 \doteq 0,2^3 = 0,008$  zaokrouhlovali jsme nahoru  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude nižší  $\Rightarrow$   $0,1926^3 \doteq 0,0073$  (skutečný výsledek  $0,1926^3 \doteq 0,007\,144\,445$ ).

b)  $\sqrt[3]{107\,500} \doteq \sqrt[3]{100\,000} < \sqrt[3]{125\,000} = 50$  odhadovali jsme z většího čísla  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude nižší  $\Rightarrow$   $\sqrt[3]{107\,500} \doteq 45$  (skutečný výsledek  $\sqrt[3]{107\,500} \doteq 46,4159$ ).

c)  $347^3 \doteq 300^3 = 27\,000\,000$  zaokrouhlovali jsme dolů (poměrně hodně)  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude vyšší  $\Rightarrow$   $347^3 \doteq 44\,000\,000$  (skutečný výsledek  $0,347^3 = 41\,781\,923$ ).

d)  $\sqrt[3]{0,007\,83} \doteq \sqrt[3]{0,008} = 0,2$  zaokrouhlovali jsme nahoru  $\Rightarrow$  skutečná hodnota bude nižší  $\Rightarrow$   $\sqrt[3]{0,007\,83} \doteq 0,198$  (skutečný výsledek  $\sqrt[3]{0,007\,83} \doteq 0,1985973$ ).

**Shrnutí:**