2.8.18 Exponenciální tvar čísla

Předpoklady: 020817

Př. 1: Zapiš jako desetinné číslo.
a) 2^{-1} b) 5^{-2} c) 10^{-3} d) 2^{-2}

a) $2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$

b) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0,04$

c) $10^{-3} = 0,001$

d) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$

Př. 2: Zapiš jako mocninu deseti.
a) 100 b) $0,01$ c) $10\,000$ d) $0,000\,01$

a) $100 = 10^2$ b) $0,01 = 10^{-2}$ c) $10\,000 = 10^4$ d) $0,000\,01 = 10^{-5}$

Pedagogická poznámka: Následující příklad patří k mým oblíbeným scénkám. Pomítnu na zeď následující hodnoty a řeknu studentům, aby si je opsali do sešitu. Následuje krátká hádka, ve které si studenti stěžují, že čísla nejdou opsat, abych jim nuly rozdělil alespoň na skupiny po třech, a já se rozčiluju, že snad dokážou spočítat pár nul, vždyť jsou přece na elitní škole.

Př. 3: Opiš si do sešitu některé základní číselné údaje:
Hmotnost Země: $5980000000000000000000000\,\text{kg}$.
Rychlost světla ve vakuu: $300000000\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
Hmotnost protonu: $0,00000000000000000000000000167\,\text{kg}$.
Počet obyvatel Číny: 1400000000.
Vlnová délka červeného světla: 0,00000079 m.

Nejde to opsat, je tam příliš mnoho nul, špatně se zjišťuje jejich počet.

Řešení

Všechna čísla jdou rozdělit na součin tímto způsobem: $300000000 = 3\cdot 100000000 = 3\cdot 10^8$
Číslo má při tomto zápisu dvě části:

- 10^8 - udává řád čísla (občas, hlavně v počítačové terminologii, se mu říká exponent),
- 3 – obsahuje platné číslice (občas, hlavně v počítačové terminologii, se mu říká mantisa).

O takto zapsaném čísle říkáme, že je zapsáno v **exponenciálním tvaru**.

Př. 4: Zapiš v exponenciálním tvaru počet obyvatel Číny (1 400 000 000) a vlnovou délku červeného světla (0,000 000 79 m).

$1\,400\,000\,000 = 1,4\cdot 1000\,000\,000 = 1,4\cdot 10^9$

$0,000\,000\,79\,\text{m} = 7,9\cdot 0,000\,000\,1\,\text{m} = 7,9\cdot 10^{-7}\,\text{m}$

Pedagogická poznámka: Po ukázce s rychlostí světla většina studentů udělá dvě věci: počet obyvatel Číny napíšou jako $14\cdot 10^8$ (což není chyba, ještě neví, že mantisa má být v rozmezí $1\le b<10$) a pak zkazí zápis vlnové délky světla většinou ve tvaru: $79\cdot 10^{-6}$ (špatný exponent, protože po zpětném roznásobení nedá původní hodnotu). Bavíme se o tom, jaký je rozdíl mezi chybou a nedodržením nějakého zvyku. Častá chyba při určování záporných exponentů často pramení z toho, že žáci nepočítají o kolik míst musejí posunout desetinnou čárku, ale spočítají počet nul (včetně nuly před desetinnou čárkou), ke kterému přičtou jedna.

Exponenciálním tvar čísla *a* je součin $b\cdot 10^z = a$**, kde** $1\le b<10$ **a** $z\in Z$**.**

Za platné číslice čísla *a* považuje platné číslice čísla *b* $\Rightarrow$ hodnota $3\cdot 10^8$ není stejná jako hodnota $3,0\cdot 10^8$ (druhé číslo je přesnější, je udané na dvě platné číslice).

Př. 5: Zapiš v exponenciálním tvaru hmotnost Země ($5980000000000000000000000\,\text{kg}$ - číslo obsahuje 22 nul) a hmotnost protonu ($0,00000000000000000000000000167\,\text{kg}$ za desetinou čárkou je 26 nul).

$5980000000000000000000000\,\text{kg} = 5,98\cdot 10^{24}\,\text{kg}$ (22 nul a dvě platné číslice)

$0,00000000000000000000000000167\,\text{kg} = 1,67\cdot 10^{-27}\,\text{kg}$ (26 nul a jedna platná číslice)

Př. 6: Zapiš čísla uvedená v exponenciálním tvaru klasickým způsobem.

a) $1,3\cdot 10^4$ b) $9,8\cdot 10^{-2}$ c) $5\cdot 10^{-1}$ d) $7,7\cdot 10^2$
e) $3,4\cdot 10^7$ f) $5,91\cdot 10^{-8}$ g) $3,0\cdot 10^{-5}$ h) $4,3\cdot 10^8$

a) $1,3\cdot 10^4 = 13\,000$ b) $9,8\cdot 10^{-2} = 0,098$ c) $5\cdot 10^{-1} = 0,5$

d) $7,7\cdot 10^2 = 770$ e) $3,4\cdot 10^7 = 34\,000\,000$ f) $5,91\cdot 10^{-8} = 0,000\,000\,0591$

g) $3,0\cdot 10^{-5} = 0,000030$ h) $4,3\cdot 10^8 = 430\,000\,000$

Př. 7: Zapiš čísla v exponenciálním tvaru.

a) 180 b) $0,052$ c) $0,0008$ d) $85\,400$
e) $0,000448$ f) $8\,020\,000$ g) $732\,000\,000$ h) $0,000\,000\,033$

a) $180 = 1,8\cdot 10^2$ b) $0,052 = 5,2\cdot 10^{-2}$ c) $0,0008 = 8\cdot 10^{-4}$

d) $85\,400 = 8,54\cdot 10^4$ e) $0,000448 = 4,48\cdot 10^{-4}$ f) $8\,020\,000 = 8,02\cdot 10^6$

g) $732\,000\,000 = 7,32\cdot 10^8$ h) $0,000\,000\,033 = 3,3\cdot 10^{-8}$

Př. 8: Vypočti.

a) $10^3 \cdot 10^{-2}$ b) $\frac{10^3}{10^{-2}}$ c) $\frac{10^3 \cdot 10^{-7}}{10^{-5}}$ d) $\frac{10^{-3}}{10^3 \cdot 10^4}$

a) $10^3 \cdot 10^{-2} = 10^{3-2} = 10^1$ b) $\frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3-(-2)} = 10^5$

c) $\frac{10^3 \cdot 10^{-7}}{10^{-5}} = 10^{3+(-7)-(-5)} = 10^1 = 10$ d) $\frac{10^{-3}}{10^3 \cdot 10^4} = \frac{10^{-3}}{10^7} = 10^{-3-7} = 10^{-10}$

Exponenciální tvar nejen zpřehledňuje zápis, ale usnadňuje i některé výpočty:

$$240000 : 0,00006 = 2,4 \cdot 10^5 : 6 \cdot 10^{-5} = \frac{2,4 \cdot 10^5}{6 \cdot 10^{-5}} = \frac{2,4}{6} \cdot \frac{10^5}{10^{-5}} = 0,4 \cdot 10^{10} = 4 \cdot 10^9$$

Př. 9: Vypočti s využitím exponenciálního tvaru.

a) $200\,000 \cdot 0,0012$ b) $0,000\,36 : 1200$ c) $210\,000 \cdot 3\,000\,000$

a) $200000 \cdot 0,0012 = 2 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^{5-3} = 2,4 \cdot 10^2$

b) $0,00036 : 1200 = \frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{1,2 \cdot 10^3} = \frac{3,6}{1,2} \cdot 10^{-4-3} = 3 \cdot 10^{-7}$

c) $210\,000 \cdot 3\,000\,000 = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^6 = 2,1 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10^6 = 6,3 \cdot 10^{11}$

Poznámka: Exponenciální tvar čísla je také možné využít, když chceme zjistit pouze řádový odhad výsledku. V takovém případě bereme do úvahy pouze mocninné části exponenciálních tvarů čísel.

Př. 10: Vezmi si svoji kalkulačku a prozkoumej, jakým způsobem je do ní možné zadávat čísla v exponenciálním tvaru (většina lepších kalkulaček umožňuje zadávat čísla v exponenciálním tvaru pomocí speciálních tlačítek).

Čísla je možné v exponenciálním tvaru zadávat do kalkulaček většinou pomocí klávesy E (EXP, $\times 10^x$) takto:

- číslo $1,4 \cdot 10^9$ zapíšeme 1,4E9 $\Rightarrow$ základ desítkové mocniny (tedy číslo 10) se nepíše!! (vždy je potřeba ověřit na konkrétní kalkulačce).

Pedagogická poznámka: Předchozí upozornění je důležité. Studenti často dělají zmiňovanou chybu, kvůli které jim vycházejí výsledky desetkrát větší.

Př. 11: Vypočti na kalkulačce (využívej tlačítko pro exponenciální tvar). Výsledky zapiš v exponenciálním tvaru.

a) $5,7\cdot10^{-5}\cdot8,03\cdot10^{6}$

b) $\dfrac{8,3\cdot10^{11}}{3,7\cdot10^{8}\cdot8,8\cdot10^{10}}$

c) $\dfrac{1}{4\cdot\pi\cdot8,85\cdot10^{-12}}\cdot\dfrac{8,3\cdot10^{-6}\cdot2,7\cdot10^{-5}}{\left(3,68\cdot10^{-2}\right)^{2}}$

a) $5,7\cdot10^{-5}\cdot8,03\cdot10^{6}=457,71=4,5771\cdot10^{2}$

b) $\dfrac{8,3\cdot10^{11}}{3,7\cdot10^{8}\cdot8,8\cdot10^{10}}=2,549\cdot10^{-8}$

c) $\dfrac{1}{4\cdot\pi\cdot8,85\cdot10^{-12}}\cdot\dfrac{8,3\cdot10^{-6}\cdot2,7\cdot10^{-5}}{\left(3,68\cdot10^{-2}\right)^{2}}=1,487\cdot10^{3}$

Př. 12: Zapiš čísla v rozvinutém tvaru. Využij mocniny deseti.

a) $15\,300$ b) $82,3$ c) $0,004\,03$ d) $0,000\,8$

a) $15\,300=1\cdot10^{4}+5\cdot10^{3}+3\cdot10^{2}$

b) $82,3=8\cdot10^{1}+2\cdot10^{0}+3\cdot10^{-1}$

c) $0,004\,03=4\cdot10^{-3}+3\cdot10^{-5}$

d) $0,000\,8=8\cdot10^{-4}$

Př. 13: Najdi na internetu hmotnost a poloměr pro Zemi a Měsíc. Všechny hodnoty zaokrouhli na dvě platné číslice. Bez kalkulačky urči kolikrát je poloměr (hmotnost) Země větší?

Poloměr Země: $6,38\cdot10^{6}\,\text{m}\doteq6,4\cdot10^{6}$ m

Poloměr Měsíce: $1,74\cdot10^{6}\,\text{m}\doteq1,7\cdot10^{6}$ m

Poměr poloměrů: $\dfrac{6,4\cdot10^{6}}{1,7\cdot10^{6}}\doteq3,8$.

Hmotnost Země: $5,98\cdot10^{24}\,\text{kg}\doteq6,0\cdot10^{24}$ kg

Hmotnost Měsíce: $7,35\cdot10^{22}\,\text{kg}\doteq7,4\cdot10^{22}$ kg

Poměr hmotností: $\dfrac{6,0\cdot10^{24}}{7,4\cdot10^{22}}\doteq0,81\cdot100=81$.

´Poloměr země je přibližně 3,8 krát větší než poloměr Měsíce. Hmotnost Země je větší než hmotnost Měsíce 81 krát.

Shrnutí: Velká i malá čísla můžeme zapisovat ve tvaru $1,2\cdot10^{5}$.