

## 2.8.20 Pythagorova věta II

**Předpoklady:** 020819, 020818

**Pedagogická poznámka:** První část hodiny obsahuje opakování mocnin, na které není v minulé hodině místo.

**Př. 1:** Vypočti.

a)  $2^{-2}$                       b)  $10^{-3}$                       c)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$                       d)  $\sqrt{25}$                       e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

a)  $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$                       b)  $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$                       c)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$

d)  $\sqrt{25} = 5$                       e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$

**Dodatek:** Samozřejmě v některých bodech je možné postupovat s využitím postřehů z minulých hodin i rychleji:

c)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = 25$  nebo e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

**Př. 2:** Zapiš čísla v exponenciálním tvaru.

a) 1200                      b) 0,0058                      c) 347 000                      d) 0,000 708

a)  $1200 = 1,2 \cdot 10^3$                       b)  $0,0058 = 5,8 \cdot 10^{-3}$

c)  $347\,000 = 3,47 \cdot 10^5$                       d)  $0,000\,708 = 7,08 \cdot 10^{-4}$

**Př. 3:** Čísla v exponenciálním tvaru zapiš běžným způsobem.

a)  $9 \cdot 10^{-4}$                       b)  $1,6 \cdot 10^3$                       c)  $2,07 \cdot 10^{-6}$                       d)  $6,3 \cdot 10^9$

Předpokládej, že uvedené hodnoty představují hmotnost v kilogramech. O jaké předměty by mohlo jít?

a)  $9 \cdot 10^{-4}$  kg = 0,0009 kg = 0,9 g - hmotnost lehké mince (bývalá mince 50 ha, větší představitelé hmyzu, větší kapka vody, tabletky, ....)

b)  $1,6 \cdot 10^3$  kg = 1600 kg = 1,6 t - středně velký osobní automobil

c)  $2,07 \cdot 10^{-6}$  kg = 0,000 00207 kg = 2,07 μg - komár nebo jiný menší druh hmyzu

d)  $6,3 \cdot 10^9 \text{ kg} = 6\,300\,000\,000 \text{ kg} = 6\,300\,000 \text{ t}$  - Cheopsova pyramida, menší hora

**Př. 4:** Vypočti. Výsledek uveď jako desetinné číslo nebo zlomek.

a)  $2^2 + 2^{-2}$       b)  $3^3 \cdot 3^{-2}$       c)  $2^4 \cdot 4^2$       d)  $\sqrt{4^3}$

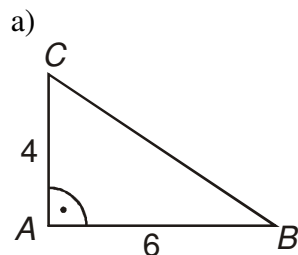
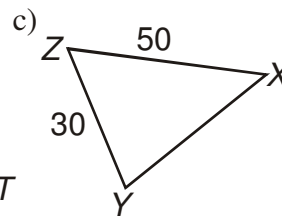
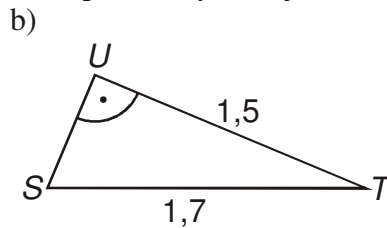
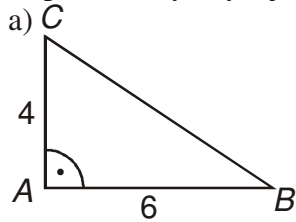
a)  $2^2 + 2^{-2} = 4 + \frac{1}{2^2} = 4 + \frac{1}{4} = 4,25 = \frac{17}{4}$

b)  $3^3 \cdot 3^{-2} = \frac{3^3}{3^2} = 3^1 = 3$

c)  $2^4 \cdot 4^2 = 16 \cdot 16 = 256$

d)  $\sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$

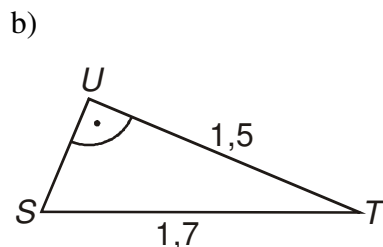
**Př. 5:** Dopačti délky zbývajících stran pravoúhlých trojúhelníků na obrázku.



Platí:  $a^2 = b^2 + c^2$  (strana  $a$  je přepona)

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$$

$$a = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

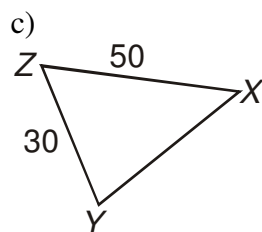


Platí:  $u^2 = s^2 + t^2$  (strana  $u$  je přepona)

$$t^2 = u^2 - s^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

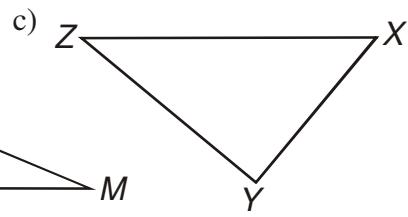
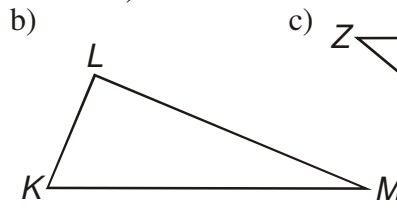
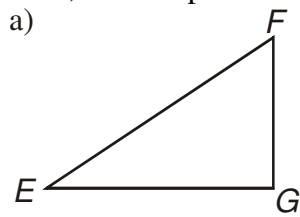
$$t = \sqrt{u^2 - s^2} = \sqrt{1,7^2 - 1,5^2} = \sqrt{0,64}$$

$$t = \sqrt{0,64} = 0,8$$

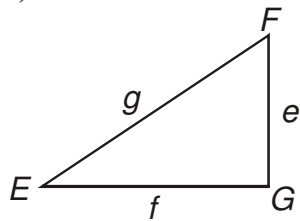


Trojúhelník na obrázku není pravoúhlý (nemá vyznačený pravý a úhel a žádný úhel se nezdá pravý)  $\Rightarrow$  pro výpočet zbývajících strany nemůžeme použít Pythagorovu větu (a to znamená, že bez dalších informací nejsme schopni délku třetí strany určit).

**Př. 6:** Zapiš Pythagorovu větu pro pravoúhlé trojúhelníky na obrázku (používej označení stran, které odpovídá označení vrcholů).

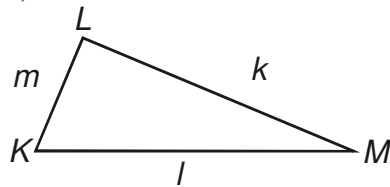


a)



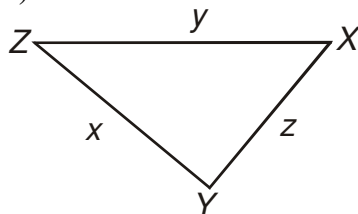
Přeponou je strana  $g$ :  $g^2 = e^2 + f^2$ .

b)



Přeponou je strana  $l$ :  $l^2 = k^2 + m^2$ .

c)

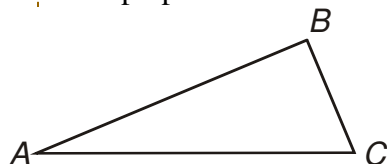


Přeponou je strana  $y$ :  $y^2 = x^2 + z^2$ .

**Př. 7:** Nakresli libovolný trojúhelník  $ABC$ , pro který platí:  $b^2 = a^2 + c^2$ .

Trojúhelník, který nakreslíme musí být:

- pravoúhlý (platí pro něj Pythagorova věta),
- s přeponou  $b$ .



**Př. 8:** Urči délky stran rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku s přeponou délky  $6\sqrt{2}$ .

Rovnoramenný trojúhelník má obě odvěsny (ramena) stejné ( $a = b$ ).

$$a^2 + b^2 = a^2 + a^2 = c^2$$

$$2a^2 = c^2 \quad /:2$$

$$a^2 = \frac{c^2}{2} \quad /\sqrt{\quad}$$

$$a = \frac{c}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6$$

Odvěsny pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku s přeponou délky  $6\sqrt{2}$  mají délku 6.

**Př. 9:** Dvě strany trojúhelníku mají délky 15 cm a 17 cm. Urči délku poslední strany tak, aby trojúhelník byl pravoúhlý.

Dvě možnosti:

- strana o délce 17 cm je přeponou trojúhelníku  $\Rightarrow$  určíme druhou odvěsnu,
- strana o délce 17 cm je odvěsnou trojúhelníku  $\Rightarrow$  určíme přeponu.

Strana o délce 17 cm je přeponou trojúhelníku  $\Rightarrow$  určíme druhou odvěsnu.

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad /-b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad /\sqrt{\quad}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} \text{ cm} = \sqrt{64} \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

Strana o délce 17 cm je odvěsnou trojúhelníku  $\Rightarrow$  určíme přeponu.

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad /\sqrt{\quad}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{15^2 + 17^2} \text{ cm} = \sqrt{514} \text{ cm} \doteq 22,7 \text{ cm}$$

Třetí strana trojúhelníku může mít velikost buď 8 cm nebo 22,7 cm.

**Př. 10:** Trojúhelník o délkách stran 3, 4, 5 je pravoúhlý s celočíselnými stranami. Existuje rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník s celočíselnými stranami? Svůj závěr zdůvodni.

Pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník s celočíselnými stranami neexistuje. Všechny pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky mají stejný tvar (dva úhly  $45^\circ$  a jeden úhel  $90^\circ$ )  $\Rightarrow$  všechny jsou zvětšené nebo zmenšené obrazy pravoúhlého trojúhelníku o stranách  $1; 1; \sqrt{2}$   $\Rightarrow$  žádný z nich nemůže mít celočíselné strany (trojúhelník o stranách  $1; 1; \sqrt{2}$  má neceločíselnou přeponu, při zvětšení nebo zmenšení trojúhelníku se délky všech stran vynásobí stejným číslem  $\Rightarrow$  délku přepony  $\sqrt{2}$  bychom museli vynásobit násobkem čísla  $\sqrt{2}$ , pokud tímto číslem vynásobíme délky ostatních stran budou obsahovat  $\sqrt{2}$  a budou tedy neceločíselné).

Dalším příkladem rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku je trojúhelník z příkladu 8 o stranách  $6; 6; 6\sqrt{2}$  (tedy šestkrát zvětšený trojúhelník o stranách  $1; 1; \sqrt{2}$ ).

**Př. 11:** Dobrovolný domácí úkol: najdi si libovolný důkaz Pythagorovy věty a připrav si jeho předvedení na následující hodinu.

**Shrnutí:** Pythagorovu větu můžeme zapsat pomocí různých písmenek. Zda je správný tvar  $a^2 + b^2 = c^2$  nebo  $a^2 + c^2 = b^2$  záleží na označení stran.