

3.1.2 Poměry

Předpoklady: 020507

Př. 1: Na sirupu je napsáno: objem 0,7 l, doporučené ředění 1:10. Kolik litrů nápoje o předepsané koncentraci můžeme z láhve sirupu připravit? Kolik vody k tomu budeme potřebovat? Kolik sirupu a kolik vody obsahuje 0,5 litru správně ředěného nápoje?

Ředění 1:10 \Rightarrow na jeden díl sirupu máme přilít 10 dílů vody \Rightarrow na 0,7 litru sirupu přilijeme 7 litru vody.

Z 0,7 litru sirupu připravíme přilítím 7 litrů vody 7,7 litru nápoje.

0,5 litru nápoje ... 11 dílů (1 sirupu, 10 vody)

$0,5 : 11 = 0,045$ litru ... 1 díl

0,5 litru správně naředěného nápoje obsahuje 0,045 litru sirupu a 0,45 litru vody.

Př. 2: Roztříd' zápisy do skupin, které představují stejný poměr: 2:3, 12:15, 21:35, 44:66, 14:35.

$$2:3 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$21:35 = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$$

$$44:66 = \frac{44}{66} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$14:35 = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

Stejný poměr představují zápisy 2:3 a 44:66.

Př. 3: Šárka měla při přípravě hrníčkové buchtý smíchat cukr s moukou v poměru 3:5, bohužel se spletla a namíchala směs obráceně (5 hrnků cukru a 3 hrnky mouky). Kolik hrnků cukru a kolik hrnků mouky musí do směsi přidat, aby získala správný poměr? V jakém poměru bude množství buchtý, které tak připraví, a množství buchtý, které připravit původně chtěla?

Správný poměr $3:5 = 6:10 = 9:15 = \dots$

Máme poměr 5:3 \Rightarrow můžeme získat správný poměr 6:10 přidáním 1 hrnku cukru a 7 hrnků mouky.

Připravíme tak dvojnásobné množství buchtý.

Př. 4: Olda na mapě 1: 75 000 zjistil, že plánovaná trasa na mapě měří 11,5 cm. Jak dlouhá bude ve skutečnosti?

Měřítko 1:75 000 \Rightarrow 1 cm na mapě odpovídá 75 000 cm ve skutečnosti.

Plánovaná vzdálenost ve skutečnosti: $11,5 \cdot 75\,000 = 862\,500 \text{ cm} \doteq 8,6 \text{ km}$

Olda plánuje ujít 8,6 km.

Př. 5: Jana smíchala tři čtvrtě litru barvy a čtyři pětiny litru ředidla. V jakém poměru smíchala barvu a ředidlo? Kolik litrů ředidla bude potřebovat ke dvěma a půl litru barvy?

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16} = 15 : 16$$

15 litrů barvy	...	16 litrů ředidla
2,5 litru barvy	...	x litru ředidla

$$\frac{x}{2,5} = \frac{16}{15} \quad / \cdot 2,5$$

$$x = \frac{16}{15} \cdot 2,5 = 2,7$$

Jana míchá barvu s ředidlem v poměru 15:16, pro 2,5 litru barvy bude potřebovat 2,7 litru ředidla.

Př. 6: V obchodě byla na nových botách připevněna cenovka s cenami v různých evropských měnách: Kč 499; € 19,99; £ 17,99 a CHF 33,95. Kolika korunám odpovídá jedna jednotka těchto měn? O které měny jde?

19,99 €	...	499 Kč
1 € (euro)	...	$\frac{499}{19,99} = 24,96 \text{ Kč}$

17,99 £	...	499 Kč
1 £ (libra)	...	$\frac{499}{17,99} = 27,73 \text{ Kč}$

33,95 CHF	...	499 Kč
1 CHF (švýcarský frank)	...	$\frac{499}{33,95} = 14,70 \text{ Kč}$

Př. 7: Se kterou vlastností zlomků souvisí skutečnost, že poměry 2:3, 8:12 i 10:15 jsou shodné?

Všechny poměry si můžeme přepsat do zlomků: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$. Tyto zlomky se rovnají protože je můžeme vzájemně rozšiřovat a krátit (nezáleží na tom, na jak malé dílky si nasekáme to, co máme).

Př. 8: Při přípravě lektvaru geniality je třeba smíchat nadání s pracovitostí v poměru 2:3 a pracovitost se štěstím v poměru 2:7. Najdi postupný poměr pro všechny ingredience. Kolik ingrediencí budeme potřebovat na přípravu 1 litru lektvaru?

nadání: pracovitost $2:3 = 4:6 = 6:9 = \dots$
pracovitost: štěstí $2:7 = 4:14 = 6:21 = \dots$

Oba poměry můžeme spojit přes 6 dílů pracovitosti:
nadání:pracovitost:štěstí $4:6:21$ (celkem 31 dílů)

31 dílů \dots 1 litr
1 díl \dots $1:31 = 0,032$ litru

nadání: $4 \cdot 0,032 = 0,128$ litru
pracovitost: $6 \cdot 0,032 = 0,192$ litru
štěstí: $21 \cdot 0,032 = 0,672$ litru

Na přípravu 1 litru lektvaru geniality potřebujeme 0,128 litru nadání, 0,192 litru pracovitosti a 0,672 litru štěstí.

Př. 9: Obdélník na strany o délkách $2a$ a $3a$. Zapiš poměr mezi jeho obvodem a
a) délkou kratší strany b) délkou delší strany.

Obvod obdélníku: $2a + 2a + 3a + 3a = 10a$.

Obvod : kratší strana: $10a : 2a = 10 : 2 = 5 : 1$.

Obvod : delší strana: $10a : 3a = 10 : 3$.

Př. 10: Délky hran dvou krychlí jsou v poměru 3:5. V jakém poměru jsou jejich:
a) obvody stěn b) obsahy stěn c) objemy?

a) obvody stěn

1 krychle: $o = 4a = 4 \cdot 3 = 12$

2 krychle: $o = 4a = 4 \cdot 5 = 20$

Poměr: $12 : 20 = 3 : 5$ (poměr se nezměnil, což bylo jasné, protože jsme obě čísla původního poměru vynásobili stejným číslem a poměr jsme tedy jen rozšířili).

b) obsahy stěn

1 krychle: $S = a^2 = 3 \cdot 3 = 9$

2 krychle: $S = a^2 = 5 \cdot 5 = 25$

Poměr: 9 : 25 (poměr se změnil a je výraznější ve prospěch větší krychle).

c) objemy

1 krychle: $V = a^3 = 3^3 = 27$

2 krychle: $V = a^3 = 5^3 = 125$

Poměr: 27 : 125 (poměr se změnil a je ještě výraznější ve prospěch větší krychle).

Shrnutí: Poměr je vlastně zlomek.