

3.1.5 Mocniny a odmocniny

Předpoklady: 021101

Př. 1: Rozepiš mocniny.

a) 2^3 b) 4^{-2} c) a^2 d) x^{-3} e) $(2a)^3$ f) $(b^2)^3$

a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4 \cdot 4}$ c) $a^2 = a \cdot a$

d) $x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x \cdot x \cdot x}$ e) $(2a)^3 = 2a \cdot 2a \cdot 2a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a = 8 \cdot a \cdot a \cdot a$

f) $(b^2)^3 = b^2 \cdot b^2 \cdot b^2 = b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$

Pedagogická poznámka: Největší problémy jsou se záporným mocnitelem

Př. 2: Ke kterým mocninám deseti je možné snadno najít odmocninu?

Platí:

- $\sqrt{100} = 10$,
- $\sqrt{10\,000} = 100$,
- $\sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$,

⇒ druhá odmocnina se snadno hledá k sudým mocninám deseti (mocninám se sudým počtem nul).

Př. 3: Doplně tabulku.

| | | | | | | | | | | | |
|-------|---|----|-----|-----|----|-----|------|------|-------|-------|-------|
| x | 4 | 50 | 0,3 | 700 | -8 | 1,1 | -500 | 0,02 | -1200 | 0,011 | -0,09 |
| x^2 | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | |
|-------|----|------|------|--------|----|------|--------|--------|---------|----------|--------|
| x | 4 | 50 | 0,3 | 700 | -8 | 1,1 | -500 | 0,02 | -1200 | 0,011 | -0,09 |
| x^2 | 16 | 2500 | 0,09 | 490000 | 64 | 1,21 | 250000 | 0,0004 | 1440000 | 0,000121 | 0,0081 |

Př. 4: Doplně tabulku (bez kalkulačky). Všechny sloupce je možné řešit „z hlavy“.

| | | | | | | | | | | |
|------------|---|-----|-----|----------------|--------|------|------|------|-------|---------------|
| x | 1 | 121 | 100 | $\frac{1}{36}$ | 0,0144 | 2,25 | | 3600 | | |
| \sqrt{x} | | | | | | | 0,21 | | 0,004 | $\frac{2}{7}$ |

| | | | | | | | | | | |
|-----|---|-----|-----|----------------|--------|------|--------|------|----------|----------------|
| x | 1 | 121 | 100 | $\frac{1}{36}$ | 0,0144 | 2,25 | 0,0441 | 3600 | 0,000016 | $\frac{4}{49}$ |
|-----|---|-----|-----|----------------|--------|------|--------|------|----------|----------------|

| | | | | | | | | | | |
|------------|---|----|----|---------------|------|-----|------|----|-------|---------------|
| \sqrt{x} | 1 | 11 | 10 | $\frac{1}{6}$ | 0,12 | 1,5 | 0,21 | 60 | 0,004 | $\frac{2}{7}$ |
|------------|---|----|----|---------------|------|-----|------|----|-------|---------------|

Př. 5: Dopln tabulku.

| | | | | | | | | | |
|-------|---|----------|----|-----|----|------|-------|-----|-------|
| x | 3 | $(-5)^3$ | 10 | 700 | | | | | |
| x^3 | | | | | -8 | 8000 | 0,027 | -64 | 0,008 |

| | | | | | | | | | |
|-------|----|----------|------|-----------|----|------|-------|-----|-------|
| x | 3 | $(-5)^3$ | 10 | 700 | -2 | 20 | 0,3 | -4 | 0,2 |
| x^3 | 27 | -125 | 1000 | 343000000 | -8 | 8000 | 0,027 | -64 | 0,008 |

Př. 6: Vypočti a napiš jaký význam má získaný výraz. (například platí: $3 \cdot 2a = 6a$ - výraz $6a$ představuje obvod rovnostranného trojúhelníku o straně $2a$).

- a) $(3a)^2$ b) $3a + 2a + 1,5a$ c) $2a \cdot 5a$ d) $6 \cdot (2a)^2$
e) $2a \cdot 3a \cdot 0,5a$ f) $\frac{1}{3}a \cdot 6a$ g) $\left(\frac{a}{3}\right)^3$ h) $2a \cdot 4b$

a) $(3a)^2 = 3 \cdot a \cdot 3 \cdot a = 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 9a^2$ - obsah čtverce o straně $3a$.

b) $3a + 2a + 1,5a = 6,5a$ - obvod trojúhelníku o stranách $3a$, $2a$ a $1,5a$.

c) $2a \cdot 5a = 2 \cdot 5 \cdot a \cdot a = 10a^2$ - obsah obdélníku o stranách $2a$ a $5a$.

d) $6 \cdot (2a)^2 = 6 \cdot 2 \cdot a \cdot 2 \cdot a = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a = 24a^2$ - povrch krychle o hraně $2a$.

e) $2a \cdot 3a \cdot 0,5a = 2 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot a \cdot a \cdot a = 3a^3$ - objem kvádrů o hranách $2a$, $3a$ a $0,5a$.

f) $\frac{1}{3}a \cdot 6a = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot a \cdot a = 2a^2$ - obsah obdélníku o stranách $\frac{1}{3}a$ a $6a$.

g) $\left(\frac{a}{3}\right)^3 = \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a \cdot a \cdot a}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{a^3}{27}$ - objem krychle o hraně $\frac{a}{3}$.

h) $2a \cdot 4b = 2 \cdot 4 \cdot a \cdot b = 8ab$ - obsah obdélníku o stranách $2a$ a $4b$.

Př. 7: Vypočti. Odmocniny, které nejdou počítat „z hlavy“ usměrni.

- a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ c) $\sqrt{27}$ d) $\sqrt{50}$

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$ b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 = 4$

c) $\sqrt{27} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ d) $\sqrt{50} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{2} \cdot 5 = 5\sqrt{2}$

Shrnutí: