

3.1.10 Rovnice

Předpoklady: 030109

Př. 1: Jaké základní pravidlo musíme dodržovat při řešení rovnic? Čeho se snažíme dosáhnout? Jakou používáme strategii?

Základní pravidlo: Cokoliv uděláme s jednou stranou, musíme udělat i s druhou, abychom zachovali rovnost.

Snažíme se dosáhnout toho, aby na jedné ze stran rovnice byla pouze proměnná.

Pomocí opačných operací postupně od „nejvzdálenějších“ čísel proměnnou osamostatňujeme.

Př. 2: Vyřeš rovnice.

a) $2x - 3 = 7$ b) $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ c) $2(x + 3) = 4 - x$ d) $\frac{3x - 1}{3} = \frac{1}{2}$

a) $2x - 3 = 7 \quad / +3$
 $2x = 10 \quad / :2$
 $x = 5$

b) $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \quad / +\frac{1}{2}$
 $\frac{x}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} \quad / \cdot 3$
 $x = \frac{7}{6} \cdot 3 = \frac{7}{2} \cdot 3 = \frac{7}{2}$

c) $2(x + 3) = 4 - x$
 $2x + 6 = 4 - x \quad / +x$
 $3x + 6 = 4 \quad / -6$
 $3x = -2 \quad / :3$
 $x = -\frac{2}{3}$

d) $\frac{3x - 1}{3} = \frac{1}{2} \quad / \cdot 3$
 $3x - 1 = \frac{3}{2} \quad / +1$
 $3x = \frac{5}{2} \quad / :3$
 $x = \frac{5}{6}$

Př. 3: Ze vzorců vyjádři veličinu v závorce.

a) $s = vt$ $\{v\}$ b) $\rho = \frac{m}{V}$ $\{m, V\}$ c) $P = 6a^2$ $\{a\}$
 d) $p = \frac{F}{S}$ $\{F, S\}$

a) $s = vt$ $/:t$
 $v = \frac{s}{t}$

b) $\rho = \frac{m}{V}$ $/:V$
 $m = \rho V$ $/:\rho$

$V = \frac{m}{\rho}$

c) $P = 6a^2$ $/:6$
 $\frac{P}{6} = a^2$ $/\sqrt{\quad}$

d) $p = \frac{F}{S}$ $/:S$
 $pS = F$ $/:p$

$a = \sqrt{\frac{P}{6}}$

$S = \frac{F}{p}$

Př. 4: Pomocí úprav rovnic rozhodni, zda jde o stejné rovnosti. U shodných rovností vymysli slovní zadání o Adamovi a Barboře.

a) $a = b + 10$ $a - 10 = b$

b) $2a = 3b$ $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$

c) $2a + 2 = b$ $a = 2b - 2$

d) $a = \frac{4b}{5} + 2$ $\frac{5a - 2}{4} = b$

a) $a = b + 10$ $a - 10 = b$ $/:+10$
 $a = b + 10$

Stejné rovnosti: Adam má o deset korun víc než Barbora.

b) $2a = 3b$ $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$ $/.6$
 $2a = 3b$

Stejné rovnosti: Dvojnásobek částky, kterou má Adam se rovná trojnásobku toho, co má Barbora.

c) $2a + 2 = b$ $a = 2b - 2$ $/:+2$
 $a + 2 = 2b$ $/:2$
 $\frac{a + 2}{2} = b \Rightarrow$ nejde o stejné rovnosti.

d) $a = \frac{4b}{5} + 2$ $\frac{5a - 2}{4} = b$ $/.4$
 $5a - 2 = 4b$ $/:+2$
 $5a = 4b + 2$ $/:5$

$$a = \frac{4b+2}{5} \Rightarrow \text{nejde o stejné rovnosti.}$$

Př. 5: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $\frac{4x+1}{3} = 2$ b) $3(x-2)+4=7$ c) $5(x-2)-x=2(x+3)+4$
d) $0,5(x-0,4)+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

a) $\frac{4x+1}{3} = 2 \quad / \cdot 3$
 $4x+1 = 2 \cdot 3$
 $4x+1 = 6 \quad / -1$
 $4x = 6-1$
 $4x = 5 \quad / :4$
 $x = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

c) $5(x-2)-x=2(x+3)+4$
 $5x-10-x=2x+6+4$
 $9x-10=2x+10 \quad / +10$
 $9x=2x+20 \quad / -2x$
 $7x=20 \quad / :7$
 $x = \frac{20}{7}$

b) $3(x-2)+4=7 \quad / -4$
 $3(x-2)=7-4$
 $3(x-2)=3 \quad / :3$
 $x-2=3:3$
 $x-2=1 \quad / +2$
 $x=1+2=3$

d) $0,5(x-0,4)+\frac{1}{2}=\frac{1}{3} \quad / -\frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2}(x-0,4) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6}$
 $\frac{1}{2}(x-0,4) = -\frac{1}{6} \quad / \cdot 2$
 $x-0,4 = -\frac{1}{6} \cdot 2$
 $x - \frac{4}{10} = -\frac{1}{3} \quad / +\frac{4}{10}$
 $x = -\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = -\frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{1}{15}$

Př. 6: Ze vzorců vyjádři veličinu v závorce.

a) $V = \pi r^2 v \quad \{v, r\}$ b) $S = \frac{av_a}{2} \quad \{a\}$ c) $S = \frac{(a+c)v}{2} \quad \{v, a\}$

a) $V = \pi r^2 v \quad / :(\pi r^2)$
 $v = \frac{V}{\pi r^2}$
 $V = \pi r^2 v \quad / :(\pi v)$
 $\frac{V}{\pi v} = r^2 \quad / \sqrt{\quad}$

b) $S = \frac{av_a}{2} \quad / \cdot 2$
 $2S = av_a \quad / :v_a$
 $a = \frac{2S}{v_a}$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi v}}$$

$$c) S = \frac{(a+c)v}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = (a+c)v \quad / : (a+c)$$

$$\frac{2S}{a+c} = v$$

$$S = \frac{(a+c)v}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = (a+c)v \quad / : v$$

$$\frac{2S}{v} = a+c \quad / -c$$

$$a = \frac{2S}{v} - c$$

⋮

Shrnutí: