

3.1.1 Výpočty s mnohočleny - opakování

Předpoklady: 030116

Př. 1: Vypočti druhé mocniny.

a) $(7x+2)^2$ b) $(3x-5)^2$ c) $(3x^2-2y)^2$

a) $(7x+2)^2 = 49x^2 + 28x + 4$

b) $(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$

c) $(3x^2-2y)^2 = 9x^4 - 12x^2y + 4y^2$

Př. 2: Zjednoduš.

a) $2x + 3x^2 - 2x - 3x + x \cdot x$

b) $3a + ab - 2ba - 2a - a + 3ab$

c) $2x^3 - 0,5x^2 + 1,5x \cdot x^2 + 2x - x^2$

d) $3a - ab + 2b - \frac{b}{3} + \frac{2}{3}ab$

a) $2x + 3x^2 - 2x - 3x + x \cdot x = 2x + 3x^2 - 5x + x^2 = 4x^2 - 3x$

b) $3a + ab - 2ba - 2a - a + 3ab = 4ab - 2ab = 2ab$

c) $2x^3 - 0,5x^2 + 1,5x \cdot x^2 + 2x - x^2 = 2x^3 - 1,5x^2 + 1,5x^3 + 2x = 3,5x^3 - 1,5x^2 + 2x$

d) $3a - ab + 2b - \frac{b}{3} + \frac{2}{3}ab = 3a - \frac{1}{3}ab + \frac{5}{3}b$

Př. 3: Zjednoduš.

a) $2x^2 \cdot 3x^2 + 2x \cdot 3x^2 \cdot x$

b) $5 \cdot 2x \cdot x^2 - 6x^2 + 5x \cdot 2 \cdot x - 7x^3$

a) $2x^2 \cdot 3x^2 + 2x \cdot 3x^2 \cdot x = 6x^4 + 6x^4 = 12x^4$

b) $5 \cdot 2x \cdot x^2 - 6x^2 + 5x \cdot 2 \cdot x - 7x^3 = 10x^3 - 6x^2 + 10x^2 - 7x^3 = 3x^3 + 4x^2$

Pedagogická poznámka: V bodě a) se opět objevuje množství chyb, pramenících z toho, že žák nevnímá výraz jako součet dvou členů. První je tedy nutné se shodnout na tom, že celý výraz je součet dvou členů a že není možné prohazovat činitele z jednoho do druhého.

Př. 4: Zjednoduš.

a) $(x+2)(x-1)+(2x+1)^2$

b) $(1-3x)(x-3)-(2x+3)^2$

c) $(2x+5)^2-(x-3)(x-2)$

d) $(x+4)^2-(x^2+2)(3-2x)$

a) $(x+2)(x-1)+(2x+1)^2 = x^2 - x + 2x - 2 + 4x^2 + 4x + 1 = 5x^2 + 5x - 1$

b) $(1-3x)(x-3)-(2x+3)^2 = x - 3 - 3x^2 + 9x - (4x^2 + 12x + 9) = -7x^2 - 2x - 12$

c) $(2x+5)^2-(x-3)(x-2) = 4x^2 + 20x + 25 - (x^2 - 2x - 3x + 6) = 3x^2 + 25x + 19$

d) $(x+4)^2-(x^2+2)(3-2x) = x^2 + 16x + 16 - (3x^2 - 2x^3 + 6 - 4x) = 2x^3 - 2x^2 + 20x + 10$

Pedagogická poznámka: Následující příklady jsou žáky, kteří jsou rychlejší, je však nutné většinu z nich brzdit, protože třetí mocniny počítají často spíše odhadem než postupným umocňováním.

Př. 5: Vypočti.

a) $(x^2 + 2x - 3)^2$

b) $(2x-1)^3$

a) $(x^2 + 2x - 3)^2 = (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 3) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x^3 + 4x^2 - 6x - 3x^2 - 6x + 9 = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$

b) $(2x-1)^3 = (2x-1)^2(2x-1) = (4x^2 - 4x + 1)(2x-1) = 8x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 4x + 2x - 1 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

Př. 6: Odvoď vzorec pro výpočet třetí mocniny dvojčlenu $(a+b)^3$.

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Př. 7: Pomocí vzorce z předchozího příkladu vypočti:

a) $(3x+2)^3$

b) $(1+3a)^3$

c) $(2x-y)^3$

a) $(3x+2)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 + 2^3 = 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$

b) $(1+3a)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot 3a + 3 \cdot 1 \cdot (3a)^2 + (3a)^3 = 1 + 9a + 27a^2 + 27a^3$

c) $(2x-y)^3 = [2x+(-y)]^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot (-y) + 3 \cdot 2x \cdot (-y)^2 + (-y)^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

Shrnutí: