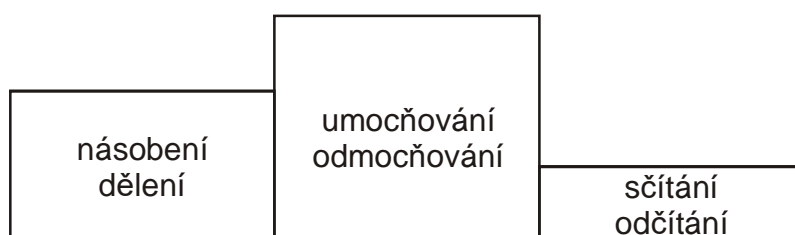


3.2.1 Číselné výrazy

Předpoklady: 020817

Př. 1: Umístí na stupně vítězů operace (dělení, násobení, odčítání, odmocňování, umocňování, sčítání). Na nejvyšším stupínku jsou operace s nejvyšší prioritou (prováděné nejdříve), na nejnižším stupínku jsou operace prováděné jako poslední.



Pořadí priorit číselných operací:

- umocňování, odmocňování,
- násobení, dělení,
- sčítání, odčítání.

Př. 2: Existuje možnost, jak v prioritě předběhnout i šampióny z předchozího příkladu?

Pokud chceme zasáhnout do pořadí provádění operací, musíme použít závorky (výraz v závorce se vyčísluje jako první).

Př. 3: Vypočti z paměti.

a) $27 + 48 + 73 + 52$

b) $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$

c) $13 \cdot 7 + 13 \cdot 3$

a) $27 + 48 + 73 + 52 = 27 + 73 + 48 + 52 = 100 + 100 = 200$

b) $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 = 10 \cdot 21 = 210$

c) $13 \cdot 7 + 13 \cdot 3 = 13(7 + 3) = 13 \cdot 10 = 130$

Některé výpočty můžeme ulehčit využitím vlastností početních operací:

- komutativnost (nezáleží na pořadí) u sčítání (bod a)) a násobení (bod b)),
- distributivní zákon (roznásobování závorek) (bod c)).

Př. 4: Vypočti.

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8}$

b) $5 \cdot 0,6^2 - 1,4$

c) $0,4 + \frac{1}{3} \cdot 2 : 5$

d) $\sqrt{30-5} \cdot 2^2$

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1,25$

b) $5 \cdot 0,6^2 - 1,4 = 5 \cdot 0,36 - 1,4 = 1,80 - 1,4 = 0,4$

$$c) 0,4 + \frac{1}{3} \cdot 2 : 5 = \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{15} = \frac{6}{15} + \frac{2}{15} = \frac{8}{15}$$

$$d) \sqrt{30-5} \cdot 2^2 = \sqrt{25} \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$$

Př. 5: Vypočti.

$$a) 2 + 3 \cdot 4 - 5 \cdot 4 + 3 \qquad b) 2 + 3 \cdot (4 - 5) \cdot (4 + 3) \qquad c) 2 + 3 \cdot [4 - (5 \cdot 4 + 3)]$$

$$d) \{2 + [3 \cdot (4 - 5)] \cdot 4\} + 3 \qquad e) 2 + \{3 \cdot [4 - 5 \cdot (4 + 3)]\}$$

$$a) 2 + 3 \cdot 4 - 5 \cdot 4 + 3 = 2 + 12 - 20 + 3 = -3$$

$$b) 2 + 3 \cdot (4 - 5) \cdot (4 + 3) = 2 + 3 \cdot (-1) \cdot 7 = 2 - 21 = -19$$

$$c) 2 + 3 \cdot [4 - (5 \cdot 4 + 3)] = 2 + 3 \cdot [4 - (20 + 3)] = 2 + 3 \cdot [4 - 23] = 2 + 3 \cdot (-19) = 2 - 57 = -55$$

$$d) \{2 + [3 \cdot (4 - 5)] \cdot 4\} + 3 = \{2 + [3 \cdot (-1)] \cdot 4\} + 3 = \{2 - 12\} + 3 = -7$$

$$e) 2 + \{3 \cdot [4 - 5 \cdot (4 + 3)]\} = 2 + \{3 \cdot [4 - 5 \cdot 7]\} = 2 + \{3 \cdot (-31)\} = 2 - 93 = -91$$

Př. 6: Vypusť z výrazu zbytečné závorky. Vypočti.

$$a) \{2 + 3 \cdot [(4 - 5) \cdot 4]\} + 3 \qquad b) 2 + \{3 \cdot [4 - 5 \cdot (4 + 3)]\}$$

$$a) \{2 + 3 \cdot [(4 - 5) \cdot 4]\} + 3$$

- $\{ \}$ - mimo závorky je pouze operace +3 s nejnižší prioritou, která nemůže přeskočit operace uvnitř
- $[]$ - závorka spojuje druhé a třetí číslo v součinu tří čísel, násobení je komutativní a asociativní, na pořadí v součinu tedy nezáleží \Rightarrow závorka je zbytečná

$$\{2 + 3 \cdot [(4 - 5) \cdot 4]\} + 3 = 2 + 3 \cdot (4 - 5) \cdot 4 + 3 = 2 - 12 + 3 = -7$$

$$b) 2 + \{3 \cdot [4 - 5 \cdot (4 + 3)]\} = 2 + 3 \cdot [4 - 5 \cdot (4 + 3)] = 2 + 3 \cdot [4 - 35] = 2 + 3 \cdot (-31) = -91$$

Př. 7: Doplně do výrazu $1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6$:

a) jeden pár závorek, tak aby výsledek byl co největší,

b) dva páry závorek tak, aby výsledek byl co největší,

a) jeden pár závorek, tak aby výsledek byl co největší

$$1 + 2 \cdot (3 + 4) \cdot 5 + 6 = 1 + 2 \cdot 7 \cdot 5 + 6 = 1 + 70 + 6 = 77$$

Závorky přidáváme na operace sčítání, abychom zvětšili čísla, která budeme mezi sebou násobit. Varianta $1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot (5 + 6) = 51$ vede k menší hodnotě.

b) dva páry závorek tak, aby výsledek byl co největší

$$1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 = 1 + 2 \cdot (3 + 4) \cdot (5 + 6) = 1 + 2 \cdot 7 \cdot 11 = 1 + 2 \cdot 77 = 1 + 154 = 155$$

Př. 8: Doplně do výrazu $1 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot 5 : 6$:

- jeden pár závorek, tak aby výsledek byl co největší,
- jeden pár závorek, tak aby výsledek byl co nejmenší.

Původní výraz: $1 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot 5 : 6 = 1 + 6 - \frac{20}{6} = 7 - \frac{10}{3} = \frac{21 - 10}{3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$.

a) jeden pár závorek, tak aby výsledek byl co největší

Snažíme se zvětšit přední (kladnou) výrazu:

- $(1 + 2) \cdot 3 - 4 \cdot 5 : 6 = 3 \cdot 3 - \frac{20}{6} = 9 - \frac{10}{3} = \frac{27 - 10}{3} = \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$
- $(1 + 2 \cdot 3 - 4) \cdot 5 : 6 = 3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ (výsledek je dokonce menší než původní výraz).

První varianta je výhodnější (vede k většímu výsledku).

b) jeden pár závorek, tak aby výsledek byl co nejmenší

Snažíme se přední část výrazu zmenšit.

- $1 + 2 \cdot (3 - 4) \cdot 5 : 6 = 1 + \frac{2 \cdot (-1) \cdot 5}{6} = 1 - \frac{5}{3} = -\frac{2}{3}$
- $1 + (2 \cdot 3 - 4 \cdot 5) : 6 = 1 + (6 - 20) : 6 = 1 - \frac{14}{6} = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3}$ (menší výsledek než v předchozím pokusu).

Př. 9: Zapiš jako výraz a vypočti:

- druhou odmocninu ze součtu čísel 12 a 4,
- součin čísla tři a druhé mocniny dvou,
- rozdíl tří a podílu čísel 4 a 3,
- součet druhé mocniny mínus dvou a druhé odmocniny z dvaceti pěti,
- rozdíl součinu čtyř a pěti a čtvrté mocniny z mínus dvou,
- součet třetí mocniny dvou a druhé mocniny z druhé mocniny mínus dvou.

a) druhá odmocnina ze součtu čísel 12 a 4

$$\sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$

b) součin čísla tři a druhé mocniny dvou

$$3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

c) rozdíl tří a podílu čísel 4 a 3

$$3 - \frac{4}{3} = \frac{9}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$

d) součet druhé mocniny mínus dvou a druhé odmocniny z dvaceti pěti

$$(-2)^2 + \sqrt{25} = 4 + 5 = 9$$

e) rozdíl součinu čtyř a pěti a čtvrté mocniny z mínus dvou

$$4 \cdot 5 - (-2)^4 = 20 - 16 = 4$$

f) součet třetí mocniny dvou a druhé mocniny z druhé mocniny minus dvou

$$2^3 + (2^2)^2 = 8 + 4^2 = 8 + 16 = 24$$

Shrnutí: Při vyčíslování výrazů je třeba dbát na priority operací (umocňování, násobení, sčítání) a rozmístění závorek.