

2.9.5 Mnohočleny

Předpoklady: 020903

Př. 1: Vypočti výraz $(-3) \cdot (-5) - \{2^2 - (-3)^2 \cdot [4 - (5 - 2^3) + 3 \cdot (-4)] - \sqrt{2 \cdot 8}\}$.

$$(-3) \cdot (-5) - \{2^2 - (-3)^2 \cdot [4 - (5 - 2^3) + 3 \cdot (-4)] - \sqrt{2 \cdot 8}\} =$$

$$15 - \{4 - 9 \cdot [4 - (-3) - 12] - \sqrt{16}\} =$$

$$15 - \{4 - 9 \cdot [-5] - 4\} = 15 - (4 + 45 - 4) = 15 - 45 = -30$$

Dodatek: Kontrola $(-3) \cdot (-5) - (2^2 - (-3)^2 \cdot (4 - (5 - 2^3) + 3 \cdot (-4)) - \sqrt{2 \cdot 8})$.

Př. 2: Které z následujících výrazů patří mezi jednočleny? U jednočlenů vypiš jejich koeficienty.

a) $3xy^2$

b) ab^5

c) $\frac{rs}{4}$

d) $2^{-2} \cdot x$

e) $3 \cdot x^{-3}$

a) $3xy^2$: jednočlen, koeficient 3.

b) ab^5 : jednočlen, koeficient 1.

c) $\frac{rs}{4}$: jednočlen, koeficient $\frac{1}{4}$.

d) $2^{-2} \cdot x$: jednočlen, koeficient $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

e) $3 \cdot x^{-3}$, nejde o jednočlen, protože $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$.

Př. 3: Jaké výrazy budeme označovat jako mnohočleny?

Součet jednočlenů.

Mnohočlen je výraz, který se dá zapsat jako součet jednočlenů.

Podle počtu jednočlenů v mnohočlenu mluvíme často o dvojčlenu, trojčlenu, čtyřčlenu,

Př. 4: Které z následujících výrazů patří mezi mnohočleny?

- a) 2 b) $a \cdot a + a \cdot b$ c) $-5a^3 + \sqrt{2}$ d) c^4
e) $2x^2 + y^{-3}$ f) $\frac{3+x}{y}$ g) $\frac{1}{5}x - \frac{3}{17}$

a) 2 : mnohočlen.

b) $a \cdot a + a \cdot b$: mnohočlen.

c) $-5a^3 + \sqrt{2}$: mnohočlen.

d) c^4 : mnohočlen.

e) $2x^2 + y^{-3}$: nejde o mnohočlen, protože $y^{-3} = \frac{1}{y^3}$ není jednočlen.

f) $\frac{3+x}{y}$: nejde o mnohočlen, ve jmenovateli zlomku je proměnná y .

g) $\frac{1}{5}x - \frac{3}{17}$: mnohočlen.

Př. 5: Rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení o mnohočlenu

$$4x^2y - 3xyz + (-0,5)zy^2.$$

- a) Jde o trojčlen. b) Všechny členy obsahují alespoň dvě proměnné.
c) Mnohočlen obsahuje celkem dvě proměnné.
d) Všechny koeficienty mnohočlenu jsou racionální čísla.
e) Koeficient třetího členu je 0,5.

a) Jde o trojčlen.

Pravda, skládá se ze tří členů.

b) Všechny členy obsahují alespoň dvě proměnné.

Pravda.

c) Mnohočlen obsahuje celkem dvě proměnné.

Nepravda. Mnohočlen obsahuje tři proměnné x , y , z .

d) Všechny koeficienty mnohočlenu jsou racionální čísla.

Pravda. Koeficienty mnohočlenu jsou čísla 4, 3 a -0,5.

e) Koeficient třetího členu je 0,5.

Nepravda. Koeficient třetího členu je -0,5.

Př. 6: Napiš příklad mnohočlenu, který splňuje následující podmínky:

- a) jde o čtyřčlen, b) každý člen obsahuje nejvýše dvě proměnné,
c) celý mnohočlen obsahuje tři proměnné,
d) polovina koeficientů je kladná, polovina záporná
e) nejmenší a největší koeficient mají stejnou absolutní hodnotu.

Možností je nekonečně mnoho, například $x^2 - y^2 + 2xy - 2xz$.

Pedagogická poznámka: Každý žák napíše své řešení, pak kontrolujeme ve dvojicích, pak si ukazujeme řešení na tabuli a nakonec se snažím během následujících příkladů, co nejvíce zkontrolovat sám.

Zápis mnohočlenů se maximálně zkracuje:

- součiny stejných proměnných se zapisují jako mocniny,
- znak násobení (tečka) se vynechává.

$$\Rightarrow 3 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b = 3a^2b^3.$$

Kvůli přehlednosti řadíme mnohočleny od členů s nejvyššími mocninami ke členům s nejnižšími mocninami. Mnohočlen $2x + x^3 + 2 - x^2$ píšeme raději $x^3 - x^2 + 2x + 2$.

Př. 7: Zestručni zápisy mnohočlenů.

a) $2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y + (-2) \cdot x \cdot x \cdot x + 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot x \cdot x$

b) $(-3) \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a - 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a \cdot b + 0,2 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot c$

a) $2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y + (-2) \cdot x \cdot x \cdot x + 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot x \cdot x = 6x^2y - 2x^3 + \frac{3}{4}x^2$

b) $(-3) \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a - 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a \cdot b + 0,2 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot c = -6a^3 + 12a^2b + abc$

Př. 8: Najdi mnohočleny shodné s mnohočlenem $3x^2y - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2$.

a) $3 \cdot x \cdot y - 2 \cdot x \cdot x + \frac{4}{3} \cdot x - 2$

b) $3x^2y + \frac{4}{3}x - 2x^2 - 2$

c) $3x^2y - \frac{4}{3}x + 2x^2 - 2$

d) $3x^2y - 2x^2 + 4 \cdot \frac{x}{3} - 2$

e) $3x^2y + (-2) \cdot x^2 + \frac{4}{3}x - 2$

f) $3 \cdot x \cdot x \cdot y - 2 \cdot x \cdot x + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{3} - 2$

a) $3 \cdot x \cdot y - 2 \cdot x \cdot x + \frac{4}{3} \cdot x - 2 = 3xy - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \Rightarrow$ nejde o shodný mnohočlen, liší se v prvním členu (místo $3x^2y$ obsahuje člen $3xy$).

b) $3x^2y + \frac{4}{3}x - 2x^2 - 2 = 3x^2y - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \Rightarrow$ jde o stejný mnohočlen, nezáleží na pořadí, pokud u všech členů zůstanou jejich znaménka

c) $3x^2y - \frac{4}{3}x + 2x^2 - 2 = 3x^2y + 2x^2 - \frac{4}{3}x - 2 \Rightarrow$ nejde o stejný mnohočlen, členy $2x^2$ a $\frac{4}{3}x$ mají opačná znaménka.

d) $3x^2y - 2x^2 + 4 \cdot \frac{x}{3} - 2 = 3x^2y - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \Rightarrow$ jde o stejný mnohočlen.

e) $3x^2y + (-2) \cdot x^2 + \frac{4}{3}x - 2 = 3x^2y - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \Rightarrow$ jde o stejný mnohočlen.

f) $3 \cdot x \cdot x \cdot y - 2 \cdot x \cdot x + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{3} - 2 = 3x^2y - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2 \Rightarrow$ jde o stejný mnohočlen.

Pedagogická poznámka: V bodu b) budou určitě někteří žáci argumentovat, že u odčítání na pořadí záleží. Pak je třeba se zastavit u rozdílu ve dvou situacích:

$5 - 2 = 3 \neq 2 - 5 = -3$: zde na pořadí záleží, protože jsme změnou pořadí prohodili i číslo, které jsme odečítali a číslo, od kterého jsme odčítali,

$5 - 2 = 3 = -2 + 5 = 3$: zde na pořadí nezáleží, protože číslo, které odčítáme (2), a číslo, od kterého odečítáme (5) se neprohodilo.

Druhá možnost by se dala zapsat i takto: $5 - 2 = 5 + (-2) = (-2) + 5 = -2 + 5$ -

využíváme toho, že se odečítání dá zapsat jako přičítání opačného čísla. Sčítání je komutativní a ne pořadí nezáleží.

Shrnutí: Mnohočlen můžeme napsat jako součet jednočlenů.