

2.9.7 Sčítání mnohočlenů II

Předpoklady: 020905

V předchozím příkladu jsme sčítali jednočleny: $12a^2 + 6a^2 + 4a^2 = 22a^2$. Zkusíme další podobné příklady

Př. 1: Sečti.

a) $3a^2 + 4a^2 + a^2$

b) $5x^3 + 3x^3 + 2x^3$

c) $4z + 6z - 2z$

d) $3ab + 4ab - 5ab$

e) $4a^2 + 5a + 2a^2 + 3a$

a) $3a^2 + 4a^2 + a^2 = 8a^2$

b) $5x^3 + 3x^3 + 2x^3 = 10x^3$

c) $4z + 6z - 2z = 8z$

d) $3ab + 4ab - 5ab = 2ab$

e) $4a^2 + 5a + 2a^2 + 3a = 6a^2 + 8a$

Proč nemůžeme výraz $6a^2 + 8a$ dále upravovat, například na $6a^2 + 8a = 15a^3$?

- $6a^2$ představuje 6 čtverců o obsahu a^2 , $8a$ představuje 8 tyček o délce a , když je sesypeme na hromádku, budeme mít stále 6 čtverců a 8 tyček rozhodně ne 15 krychlíčků o objemu a^3 (nebo 15 čtverečků nebo 15 tyček),
- při dosazování za a se výrazy a, a^2, a^3 mění jinak \Rightarrow nemůžeme je nahradit jedním a tím samým.

Pedagogická poznámka: Pytlíček se šesti papírovými čtverečky a osmi sirkami do hodiny doopravdy nosím. Hodím obojí do tašky a pak chodím po třídě, nechávám je nakouknout dovnitř a ptám se, co uvnitř vidí (opět jen 6 čtverečků a osm sirek). Objevují se nápady typu „ze čtyř sirek se dá udělat čtvereček“, které odmítám s tím, že papírové čtverečky představují plochu, která se nedá složit z osmi nekonečně tenkých úseček.

Co se děje s výrazy:

výraz	a	$2a$	$5a$	a^2	$2a^2$	$4a^2$	a^3	$2a^3$	$3a^3$
první hodnota	1	2	5	1	2	4	1	2	3
druhá hodnota	2	4	10	4	8	16	8	16	24
zvětšeno	2	2	2	4	4	4	8	8	8

Sčítat můžeme výrazy, které se "stejně zvětšují":

- $a + 2a + 5a + \dots$
- $a^2 + 2a^2 + 4a^2 + \dots$
- $a^3 + 2a^3 + 3a^3 + \dots$

Pedagogická poznámka: Snad všechny učebnice obsahují legendární poučku "Nesmíme sčítat jabka a hrušky!". Nemůžu si pomoci, ale u většiny žáků jde o naprosto prázdnou deklamaci, která pro ně nic neznamená a rozhodně jim nebrání v tom, aby sčítali nestejně věci dohromady (ať už při sčítání mnohočlenů, kde je to spíše vzácné, nebo při sestavování rovnic a vzorců, kde je sčítání nestejných věcí zcela

běžné a v podstatě nejsou žáci, kteří by si své rovnice tímto způsobem kontrolovali). Nejde jen o to, že sčítání hrušek a jablek smysl dávat může (pokud nás zajímá pouze počet kusů ovoce), ale spíše o to, že spojitost mezi touto větou a děním na papíře žákům většinou uniká.

Př. 2: Ke každému jednočlenu napiš dva neshodné jednočleny, se kterými ho můžeme sčítat, a dva navzájem co nejodlišnější jednočleny, které s ním sčítat nemůžeme.

- a) x^2 b) $3m^4$ c) $3ab$ d) $0,5x^2y$ e) $\sqrt{2} \cdot ac$

Výsledky zapíšeme do tabulky.

výraz	sčítat můžeme s	sčítat nemůžeme s
x^2	$3x^2, \frac{2}{5}x^2, \dots$	$x^3, \frac{2}{3}xy, a^2, \dots$
$3m^4$	$m^4, -3m^4, \dots$	$x^4, 2abc, 2, \dots$
$3ab$	$ab, ab \cdot \sqrt{3}, \dots$	a^2b, b^2, a, \dots
$0,5x^2y$	$x^2y, 2x^2y, \dots$	$xy, x^2, 5y, \dots$
$\sqrt{2} \cdot ac$	$ac, \sqrt{3} \cdot ac$	a, c, a^2c^2, \dots

Pedagogická poznámka: Možnosti si píšeme na tabuli, pokud se tam neobjeví nic zajímavého, zkusím to tam přidat s tím, že žáci musí rozhodnout, zda je můj návrh správný. Většinou na tabuli napíšeme pouze první dva řádky, zbytek přeskakujeme, protože všichni již chápou, jak doplnit další řádky.

Pedagogická poznámka: Kontrole postupu pro sčítání mnohočlenů si nejdříve ujasníme, co musí postup obsahovat (co sčítáme, jak to sčítáme) a teprve po chvilce kontrolujeme vlastní znění.

Pedagogická poznámka: V následujícím příkladu nemají někteří žáci problém s řešením, ale s uvedeným zápisem druhého kroku (prerovnění mnohočlenu tak, aby členy stejného typu byly u sebe). V postupu cítí rozpor s nekomutativností odčítání (nechápu, že pokud znaménko přesuneme s následujícím členem, nic se neděje). Kvůli tomuto problému se budou dělat změny v kapitole o záporných číslech.

Př. 3: Sečti mnohočleny. Zformuluj postup na sčítání mnohočlenů.

- a) $2x^2 + 3x - x^2 + 6x$ b) $3a^2 - 2ab + 4b^2 - 2a^2 + b^2 - ab$
 c) $-2xy + 4xz + 2yz - 3xy - 5xy + 8yz$

a) $2x^2 + 3x - x^2 + 6x = 2x^2 - x^2 + 3x + 6x = x^2 + 9x$

b) $3a^2 - 2ab + 4b^2 - 2a^2 + b^2 - ab = 3a^2 - 2a^2 - 2ab - ab + 4b^2 + b^2 = a^2 - 3ab + 5b^2$

c) $-2xy + 4xz + 2yz - 3xy - 5xy + 8yz = -2xy - 3xy - 5xy + 4xz + 2yz + 8yz =$
 $= -10xy + 4xz + 10yz$

Sčítáme pouze členy, které obsahují stejné mocniny stejných proměnných (abychom sčítali „to samé“) a to tím, že sečteme jejich koeficienty.

Při sčítání mnohočlenů:

- sčítáme pouze členy stejného typu (shodují se v mocninách všech neznámých),
- sečtením koeficientů sčítaných členů.

Pedagogická poznámka: U následujícího příkladu jsem při druhém průchodu narazil se zapsáním závorek v bodech b) a c). Část žáků měla problémy s jejich vynecháním („když je uvnitř mínus, tak je nemůžeme vynechat“).

Př. 4: Sečti mnohočleny.

a) $a^2 + 3a + 4a^2 - 2a$ b) $(3x^2 - 6xy) + (2x^3 - 2x^2)$
c) $2ab - 3ac + 4bc + (2ac - ab - 5bc)$

a) $a^2 + 3a + 4a^2 - 2a = a^2 + 3a + 4a^2 - 2a = a^2 + 4a^2 + 3a - 2a = 5a^2 + a$

b) $(3x^2 - 6xy) + (2x^3 - 2x^2) = 3x^2 - 6xy + 2x^3 - 2x^2 = 2x^3 + 3x^2 - 2x^2 - 6xy = 2x^3 + x^2 - 6xy$

c) $2ab - 3ac + 4bc + (2ac - ab - 5bc) = 2ab - ab - 3ac + 2ac + 4bc - 5bc = ab - ac - bc$

Př. 5: Sečti mnohočleny.

a) $(2a^2 - 5a) + (7a^2 - 3a)$ b) $(2x^2 - 5x) + (3x^3 - 2x^2)$
c) $2a^2b - ab + 3bc + (2a^2c - ab - 8bc)$

a) $(2a^2 - 5a) + (7a^2 - 3a) = 2a^2 + 7a^2 - 5a - 3a = 9a^2 - 8a$

b) $(2x^2 - 5x) + (3x^3 - 2x^2) = 3x^3 + 2x^2 - 2x^2 - 5x = 3x^3 - 5x$

c) $2a^2b - ab + 3bc + (2a^2c - ab - 8bc) = 2a^2b + 2a^2c - ab - ab + 3bc - 8bc =$
 $= 2a^2b + 2a^2c - 2ab - 5bc$

Př. 6: Vypočti.

a) $4x^2 + 3x - 5x^2$ b) $x^3 - 3x^2 + 4 + 6x^2 + 5x - 5$
c) $2x^2y + 3x^3 - 2x^2 + 3x^2y + 5x^2$

a) $4x^2 + 3x - 5x^2 = 4x^2 - 5x^2 + 3x = -x^2 + 3x$

b) $x^3 - 3x^2 + 4 + 6x^2 + 5x - 5 = x^3 + 6x^2 - 3x^2 + 5x + 4 - 5 = x^3 + 3x^2 + 5x - 1$

c) $2x^2y + 3x^3 - 2x^2 + 3x^2y + 5x^2 = 2x^2y + 3x^2y + 3x^3 + 5x^2 - 2x^2 = 5x^2y + 3x^3 + 3x^2$

Př. 7: Sečti mnohočleny.

a) $(3x^2 + 2x) + (5x^2 - x)$

b) $3x^2 + 5x - 5 + x^2 + 2x + 4 + x^2$

c) $(x^3 + 2x - 5) + (3x^3 + 2x^2 - 5x + 7)$

d) $2x^2 - 5x + 7x^2 + 7 + 2x - x^2 - 11$

a) $(3x^2 + 2x) + (5x^2 - x) = 3x^2 + 5x^2 + 2x - x = 8x^2 + x$

b) $3x^2 + 5x - 5 + x^2 + 2x + 4 + x^2 = 3x^2 + x^2 + x^2 + 5x + 2x - 5 + 4 = 5x^2 + 7x - 1$

c) $(x^3 + 2x - 5) + (3x^3 + 2x^2 - 5x + 7) = x^3 + 3x^3 + 2x^2 + 2x - 5x - 5 + 7 = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 2$

d) $2x^2 - 5x + 7x^2 + 7 + 2x - x^2 - 11 = 2x^2 + 7x^2 - x^2 - 5x + 2x + 7 - 11 = 8x^2 - 3x - 4$

Shrnutí: Při sčítání mnohočlenů můžeme sčítat pouze různá množství toho "samého".