

3.2.10 Násobení mnohočlenů I

Předpoklady: 030209

Př. 1: Rozepiš na násobení.

a) 3^2 b) 2^{-3} c) x^2 d) x^2y^3 e) $x^3 \cdot x^{-2}$

a) $3^2 = 3 \cdot 3$ b) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ c) $x^2 = x \cdot x$

d) $x^2y^3 = x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$ e) $x^3 \cdot x^{-2} = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x$

Př. 2: Rozepiš na sčítání.

a) $4 \cdot 3$ b) $5 \cdot x$ c) $2x$ d) xy e) x^2

a) $4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 3 + 3 + 3 + 3$ b) $5 \cdot x = x + x + x + x + x$ c) $2x = 2 \cdot x = x + x$

d) xy - nejde normálně rozepsat (nevíme kolik x nebo kolik y máme sčítat), maximálně můžeme napsat: $xy = \underbrace{x + x + \dots + x}_{y \text{ krát}} = \underbrace{y + y + \dots + y}_{x \text{ krát}}$.

e) x^2 - podobný případ jako předchozí bod: $x^2 = x \cdot x = \underbrace{x + x + \dots + x}_{x \text{ krát}}$

Př. 3: Zapiš jako jednu mocninu. Pokud výraz není možné zapsat jako jednu mocninu, vysvětli proč.

a) $2^2 \cdot 2^3$ b) $3 \cdot 3^3$ c) $3^2 + 3^4$ d) $a^2 \cdot a^5$
e) $x \cdot x^3$ f) $x^2 \cdot y^3$ g) $a^r \cdot a^s$

a) $2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ b) $3 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$

c) $3^2 + 3^4$ - nejde, mezi mocninami není krát \Rightarrow můžeme přepsat mocniny na tvar: $3^2 + 3^4 = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, ale nezískáme tak souvislou řadu násobení číslem 3 \Rightarrow nemůžeme čísla spojit do jedné mocniny.

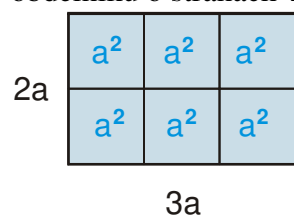
d) $a^2 \cdot a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^7$ e) $x \cdot x^3 = x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$

f) $x^2 \cdot y^3$ - nejde, nejde o mocniny stejného čísla.

e) $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

Př. 4: Vynásob $2a \cdot 3a$. Znázorni toto násobení graficky. Která vlastnost násobení nám umožňuje příklad spočítat i bez obrázku?

Grafické znázorňování násobení – počítání obsahů obdélníků $\Rightarrow 2a \cdot 3a$ - spočteme obsah obdélníku o stranách $2a$ a $3a$:



Obdélník o stranách $2a$ a $3a$ má obsah $6a^2$ (6 čtverců o straně a).

Násobení je komutativní \Rightarrow můžeme přerovnat pořadí v součinu: $2a \cdot 3a = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 6a^2$.

Příklad můžeme spočítat díky tomu, že násobení je komutativní (nezáleží na pořadí) \Rightarrow jednotlivé členy v součinu můžeme přeskládat tak, aby stejné neznámé byly vedle sebe a mohli jsme z nich sestavit mocniny.

Pedagogická poznámka: V hodině při kontrole předchozího příkladu vypíšeme všechny možné výsledky a pak se radíme, které z nich jsou určitě špatně. Kromě argumentace použité v řešení využíváme i dosazení nebo argumentujeme tím, že v součinu $2a \cdot 3a$ násobíme dvě vzdálenosti a musí nám tedy vyjít nějaká plocha.

Př. 5: Vypočti.

a) $3a \cdot 4a$

b) $3a \cdot 2b$

c) $2a \cdot 5$

d) $2x \cdot x^2$

e) $3x \cdot 4x^2$

f) $x \cdot 3xy$

g) $2x^2 \cdot 7x^2$

h) $10x \cdot \frac{x^3}{5}$

a) $3a \cdot 4a = 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a = 12a^2$

b) $3a \cdot 2b = 3 \cdot 2 \cdot a \cdot b = 6ab$

c) $2a \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot a = 10a$

d) $2x \cdot x^2 = 2 \cdot x \cdot x \cdot x = 2x^3$

e) $3x \cdot 4x^2 = 3 \cdot 4 \cdot x \cdot x^2 = 12x^3$

f) $x \cdot 3xy = 3 \cdot x \cdot x \cdot y = 3x^2y$

g) $2x^2 \cdot 7x^2 = 2 \cdot 7 \cdot x^2 \cdot x^2 = 14x^4$

h) $10x \cdot \frac{x^3}{5} = 10 \cdot \frac{1}{5} \cdot x \cdot x^3 = 2x^4$

Př. 6: Vypočti.

a) $\frac{a}{2} \cdot 6a$

b) $a \cdot 2b^2$

c) $6a \cdot \frac{1}{3}$

d) $3x \cdot 2x^2$

e) $3x \cdot 2x^2y$

f) $2a \cdot 3ab$

g) $\frac{x^2}{2} \cdot \frac{5}{2}x^2$

h) $12xy \cdot \frac{3x^3}{4}$

a) $\frac{a}{2} \cdot 6a = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot a \cdot a = \frac{6}{2}a^2 = 3a^2$

b) $a \cdot 2b^2 = 2ab^2$

$$c) 6a \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{3} \cdot a = 2a$$

$$d) 3x \cdot 2x^2 = 3 \cdot 2 \cdot x \cdot x^2 = 6x^3$$

$$e) 3x \cdot 2x^2y = 3 \cdot 2 \cdot x \cdot x^2 \cdot y = 6x^3y$$

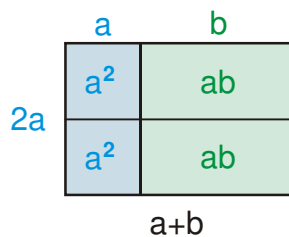
$$f) 2a \cdot 3ab = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot b = 6a^2b$$

$$g) \frac{x^2}{2} \cdot \frac{5}{2}x^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot x^2 \cdot x^2 = \frac{5}{4}x^4$$

$$h) 12xy \cdot \frac{3x^3}{4} = \frac{12 \cdot 3}{4} \cdot x \cdot x^3 \cdot y = 9x^4y$$

Př. 7: Vynásob $2a \cdot (a+b)$. Znázorni toto násobení graficky.

$$2a \cdot (a+b) = 2a \cdot a + 2a \cdot b = 2a^2 + 2ab$$



Obdélník o stranách $2a$ a $a+b$ můžeme rozdělit na dva čtverce o straně a (a obsahu a^2) a dva obdélníky o stranách a, b (a obsahu ab).

Pedagogická poznámka: Následující příklad je domácí cvičení pro ty, kteří měli problémy s příklady 5 a 6.

Př. 8: Vypočti.

$$a) 3a \cdot 4a$$

$$b) 3a \cdot 2b$$

$$c) 2a \cdot 5$$

$$d) 2x \cdot x^2$$

$$e) 3x \cdot 4x^2$$

$$f) x \cdot 3xy$$

$$g) 2x^2 \cdot 7x^2$$

$$h) 10x \cdot \frac{x^3}{5}$$

$$a) 3a \cdot 4a = 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a = 12a^2$$

$$b) 3a \cdot 2b = 3 \cdot 2 \cdot a \cdot b = 6ab$$

$$c) 2a \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot a = 10a$$

$$d) 2x \cdot x^2 = 2 \cdot x \cdot x \cdot x = 2x^3$$

$$e) 3x \cdot 4x^2 = 3 \cdot 4 \cdot x \cdot x^2 = 12x^3$$

$$f) x \cdot 3xy = 3 \cdot x \cdot x \cdot y = 3x^2y$$

$$g) 2x^2 \cdot 7x^2 = 2 \cdot 7 \cdot x^2 \cdot x^2 = 14x^4$$

$$h) 10x \cdot \frac{x^3}{5} = 10 \cdot \frac{1}{5} \cdot x \cdot x^3 = 2x^4$$

Shrnutí: Při násobení jednočlenu jednočlenem využíváme komutativnost násobení.