

3.2.12 Násobení mnohočlenů III

Předpoklady: 030211

Pedagogická poznámka: Kvůli postupu v další hodině je třeba, aby se většina třídy dostala na příklad 5, který je v případě potřeby nechávám dodělat doma. Další příklady jsou uvedeny kvůli zaměštění nejrychlejší žáků.

Př. 1: Vypočti. a) $2a \cdot (3b^2 + 2a - 3)$ b) $\frac{x^2}{3}(6x^2 - 2x - 9)$

a) $2a \cdot (3b^2 + 2a - 3) = 2a \cdot 3b^2 + 2a \cdot 2a - 2a \cdot 3 = 6ab^2 + 4a^2 - 6a$

b) $\frac{x^2}{3}(6x^2 - 2x - 9) = \frac{x^2}{3}6x^2 - \frac{x^2}{3}2x - \frac{x^2}{3}9 = 2x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 3x^2$

Př. 2: Vypočti. a) $x \cdot (2x - 3) + 2x(x - 1)$ b) $2a(a^2 - 3a) - (2a^3 - 3a^2)$

a) $x \cdot (2x - 3) + 2x(x - 1) = 2x^2 - 3x + 2x^2 - 2x = 4x^2 - 5x$

b) $2a(a^2 - 3a) - (2a^3 - 3a^2) = 2a^3 - 6a^2 - 2a^3 + 3a^2 = -3a^2$

Pedagogická poznámka: V hodině řeší následující příklad žáci samostatně u tabule si ho pak zkontrolujeme a žáci předvedou svá zdůvodnění.

Př. 3: Vynásob $(a + b)(c + d)$. Znázorni toto násobení graficky.

Zkusíme spočítat součin $(a + b)(c + d)$. Představíme si, že závorka $(a + b)$ představuje jedno číslo $(a + b) = (K) \Rightarrow$ roznásobujeme závorku $(c + d)$ tímto číslem:

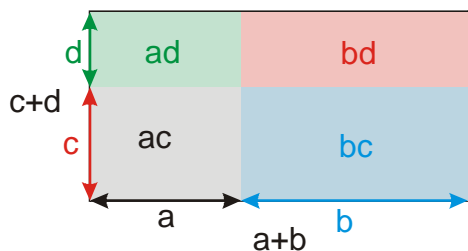
$(a + b)(c + d) = (K)(c + d) = (K) \cdot c + (K) \cdot d = (a + b) \cdot c + (a + b) \cdot d$. Tento výraz už roznásobit umíme: $(a + b) \cdot c + (a + b) \cdot d = ac + bc + ad + bd$.

Jiný postup: Při výpočtu součinu $(a + b)(c + d)$ musíme násobit celé číslo v první závorce s celým číslem v druhé závorce, tedy každou část první závorky s každou částí druhé závorky:

$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$$

Kontrola: $(1 + 2)(3 + 4) = 3 \cdot 7 = 21$

Podle vzorce: $(1 + 2)(3 + 4) = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 3 + 4 + 6 + 8 = 21$



Obsah obdélníku o stranách $a+b$ a $c+d$ se rovná součtu čtyř obdélníků o obsahu ac , ad , bc a $bd \Rightarrow (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Při násobení mnohočlenů násobíme každý člen prvního mnohočlenu s každým členem druhého mnohočlenu.

Pedagogická poznámka: Následující příklad počítám postupně na tabuli.

Př. 4: Vypočti.

- a) $(x+1)(x+3)$ b) $(2x+3)(x+1)$ c) $(x-1)(x+y)$
d) $(3+5x)(2x+3)$ e) $(3+x^2)(2x-1)$

a) $(x+1)(x+3) = x \cdot x + x \cdot 3 + 1 \cdot x + 1 \cdot 3 = x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 4x + 3$

b) $(2x+3)(x+1) = 2x \cdot x + 2x \cdot 1 + 3 \cdot x + 3 \cdot 1 = 2x^2 + 2x + 3x + 3 = 2x^2 + 5x + 3$

c) $(x-1)(x+y) = x \cdot x + x \cdot y + (-1) \cdot x + (-1) \cdot y = x^2 + xy - x - y$

d) $(3+5x)(2x+3) = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 3 + 5x \cdot 2x + 5x \cdot 3 = 6x + 9 + 10x^2 + 15x = 10x^2 + 21x + 9$

e) $(3+x^2)(2x-1) = 3 \cdot 2x + 3 \cdot (-1) + x^2 \cdot 2x + x^2 \cdot (-1) = 6x - 3 + 2x^3 - x^2 = 2x^3 - x^2 + 6x - 3$

Př. 5: Vypočti.

- a) $(x-1)(x-3)$ b) $(2x-1)(x+2)$ c) $(x^2+1)(x+y)$
d) $(3-2x)(3x+4)$ e) $(2-x)(x^2+1)$ f) $3-x(2x-1)$

a) $(x-1)(x-3) = x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 3$

b) $(2x-1)(x+2) = 2x^2 + 4x - x - 2 = 2x^2 + 3x - 2$

c) $(x^2+1)(x+y) = x^3 + x^2y + x + y$

d) $(3-2x)(3x+4) = 9x + 12 - 6x^2 - 8x = -6x^2 + x + 12$

e) $(2-x)(x^2+1) = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot 1 + (-x) \cdot x^2 + (-x) \cdot 1 = 2x^2 + 2 - x^3 - x = -x^3 + 2x^2 - x + 2$

f) $3-x(2x-1) = 3 - 2x^2 + x = -2x^2 + x + 3$

Př. 6: Vypočti.

a) $(4a+2)(5a+3)+(5a^2+4a)+a^2+1$ b) $(a+1)(a-1)+(a+2)(a-2)$

a) $(4a+2)(5a+3)+(5a^2+4a)+a^2+1=20a^2+12a+10a+6+5a^2+4a+a^2+1=$
 $=26a^2+26a+7$

b) $(a+1)(a-1)+(a+2)(a-2)=a^2-a+a-1+a^2-2a+2a-4=2a^2-5$

Př. 7: Vypočti.

a) $2x(x-1)+(x-3)(2x+4)$ b) $(x-1)(2x+1)-(x+2)(2x-1)$

a) $2x(x-1)+(x-3)(2x+4)=2x^2-2x+2x^2+4x-6x-12=4x^2-4x-12$

b) $(x-1)(2x+1)-(x+2)(2x-1)=2x^2+x-2x-1-(2x^2-x+4x-2)=$
 $2x^2-x-1-(2x^2+3x-2)=-4x+1$

Pedagogická poznámka: Následující příklad je tradičně domácí procvičovací úkol pro žáky, kteří měli problémy v hodině.

Př. 8: Vypočti.

a) $(x+1)(x+4)$ b) $(3x+1)(2x+5)$ c) $(x-1)(x+3)$
d) $(3x-2)(2x-5)$ e) $(3-x)(2x+1)$ f) $3x-x(x-2)$

a) $(x+1)(x+4)=x^2+4x+x+4=x^2+5x+4$

b) $(3x+1)(2x+5)=6x^2+15x+2x+5=6x^2+17x+5$

c) $(x-1)(x+3)=x^2+3x-x-3=x^2+2x-3$

d) $(3x-2)(2x-5)=6x^2-15x-4x+10=6x^2-19x+10$

e) $(3-x)(2x+1)=6x+6-2x^2-x=-2x^2+5x+6$

f) $3x-x(x-2)=3x-x^2+2x=-x^2+5x$

Shrnutí: Při násobení mnohočlenů násobíme každý člen prvního mnohočlenu s každým členem druhého mnohočlenu.