

3.2.14 Dělení mnohočlenu jednočlenem

Předpoklady: 030213

Př. 1: Vypočti.

a) $(2a-1)(a+3)$ b) $(3b-2)(b+2)$

a) $(2a-1)(a+3) = 2a^2 + 6a - a - 3 = 2a^2 + 5a - 3$

b) $(3b-2)(b+2) = 3b^2 + 6b - 2b - 4 = 3b^2 + 4b - 4$

Př. 2: Vypočti.

a) $(1-2a)(3a+2) - a(a+2)$ b) $(2-3b)(b+4) - b(b+3)$

a) $(1-2a)(3a+2) - a(a+2) = 3a + 2 - 6a^2 - 4a - (a^2 + 2a) = -6a^2 - a + 2 - a^2 - 2a = -6a^2 - 3a + 2$

b) $(2-3b)(b+4) - b(b+3) = 2b + 4 - 3b^2 - 12b - (b^2 + 3b) = -3b^2 - 10b + 4 - b^2 - 3b = -4b^2 - 13b + 4$

Př. 3: Vyděl.

a) $(3x^2 + 6x - 9) : 3$ b) $(12x^3 - 16x + 8) : 4$
c) $(6x^2 - 3x + 4) : 2$ d) $(3x^3 - 12x^2 + 5x) : x$

a) $(3x^2 + 6x - 9) : 3 = \frac{3x^2}{3} + \frac{6x}{3} - \frac{9}{3} = x^2 + 2x - 3$

Všechny členy musíme vydělit třemi (pokud máme rozdělit bonbóny různých druhů, musíme rozdělit každý druh zvlášť).

b) $(12x^3 - 16x + 8) : 4 = \frac{12x^3}{4} - \frac{16x}{4} + \frac{8}{4} = 3x^2 - 4x + 2$

c) $(6x^2 - 3x + 4) : 2 = \frac{6x^2}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{4}{2} = 3x^2 - \frac{3}{2}x + 2$

d) $(3x^3 - 12x^2 + 5x) : x = \frac{3x^3}{x} - \frac{12x^2}{x} + \frac{5x}{x} = 3x^2 - 12x + 5 \quad x \neq 0$

x , kterým dělíme, představuje neznámé číslo \Rightarrow budeme s ním stejně jako s číslem, jen připadáme podmínku $x \neq 0$, aby bylo jasné, že nedělíme nulou.

Pedagogická poznámka: Při řešení příkladu musí žáci překonat dvě překážky (popsané v řešení), je třeba zkontrolovat, zda nad oběma místy doopravdy přemýšleli.

Při dělení mnohočlenu jednočlenem dělíme dělitelem každý člen mnohočlenu zvlášť.

Př. 4: Vyděl a zapiš podmínky.

a) $(3x^3 + 11x^2 - x) : x$

b) $(12x^3 - 15x^2 + 6x) : 3x$

c) $(15x^4 - 3x^3 + 18x^2) : 6x^2$

d) $(6x^3y^2 - 12x^2y^2 + 10x^2y) : 3x^2y$

a) $(3x^3 + 11x^2 - x) : x = \frac{3x^3}{x} + \frac{11x^2}{x} - \frac{x}{x} = 3x^2 + 11x - 1 \quad x \neq 0$

b) $(12x^3 - 15x^2 + 6x) : 3x = \frac{12x^3}{3x} - \frac{15x^2}{3x} + \frac{6x}{3x} = 4x^2 - 5x + 2 \quad x \neq 0$

c) $(15x^4 - 3x^3 + 18x^2) : 6x^2 = \frac{15x^4}{6x^2} - \frac{3x^3}{6x^2} + \frac{18x^2}{6x^2} = \frac{5}{2}x^2 - \frac{x}{2} + 3 \quad x \neq 0$

d)

$(6x^3y^2 - 12x^2y^2 + 10x^2y) : 3x^2y = \frac{6x^3y^2}{3x^2y} - \frac{12x^2y^2}{3x^2y} + \frac{10x^2y}{3x^2y} = 2xy - 4y + \frac{10}{3} \quad x \neq 0; y \neq 0$

Př. 5: Vyděl a zapiš podmínky.

a) $(y^3 + 6y^2 - 9y) : 3y$

b) $(6x^2 - 12x - 4) : 4x$

c) $(21x^3 - 18x^2 + 5x) : 7x^2$

d) $(6a^3b^2 - 8a^2b^2 + 14ab^2) : 4a^2b^2$

a) $(y^3 + 6y^2 - 9y) : 3y = \frac{y^3}{3y} + \frac{6y^2}{3y} - \frac{9y}{3y} = \frac{y^2}{3} + 2y - 3 \quad y \neq 0$

b) $(6x^2 - 12x - 4) : 4x = \frac{6x^2}{4x} - \frac{12x}{4x} - \frac{4}{4x} = \frac{3}{2}x - 3 - \frac{1}{x} \quad x \neq 0$

c) $(21x^3 - 18x^2 + 5x) : 7x^2 = \frac{21x^3}{7x^2} - \frac{18x^2}{7x^2} + \frac{5x}{7x^2} = 3x - \frac{18}{7} + \frac{5}{7x} \quad x \neq 0$

d) $(6a^3b^2 - 8a^2b^2 + 14ab^2) : 4a^2b^2 = \frac{6a^3b^2}{4a^2b^2} - \frac{8a^2b^2}{4a^2b^2} + \frac{14ab^2}{4a^2b^2} = \frac{3}{2}a - 2 + \frac{7}{2a} \quad a \neq 0; b \neq 0$

Pedagogická poznámka: Následující příklad je úkol pro nejrychlejší většina třídy se k němu nedostane a ani v dalším se k němu neracíme..

Př. 6: Vypočti.

a) $x^2 - x + 2 + \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}x + 1\right)$

b) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{4} + 1 - \left(x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{7}\right)$

c) $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{5} + 3\right)$

d) $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(3x + \frac{1}{2}\right) - x\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$

a) $x^2 - x + 2 + \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}x + 1\right) = x^2\left(1 + \frac{1}{3}\right) + x\left(-1 - \frac{2}{5}\right) + 3 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{7}{5}x + 3$

b) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{4} + 1 - \left(x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{7}\right) = x^2\left(\frac{2}{3} - 1\right) + x\left(-\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) + 1 - \frac{1}{7} = -\frac{x^2}{3} - \frac{11}{12}x + \frac{6}{7}$

c) $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{5} + 3\right) = x \cdot \frac{x}{5} + 3x - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{5} - \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{x^2}{5} + 3x - \frac{2}{15}x - 2 = \frac{x^2}{5} + \frac{43}{15}x - 2$

d) $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(3x + \frac{1}{2}\right) - x\left(\frac{1}{4}x - 1\right) = 3x^2 + \frac{x}{2} - 2x - \frac{1}{3} - \frac{x^2}{4} + x = \frac{11}{4}x^2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{3}$

Pedagogická poznámka: Následující příklady jsou domácí opakování pro ty, kteří měli v hodině problémy.

Př. 7: Vypočti.

a) $2x^2 + 3x - 5 + (3x^2y - 6x + 3)$

b) $3x^2 - 7x - 3 - (x^2 - 6x + 7)$

c) $(2x - 1)(3x + 2)$

d) $(4x - 3)(2x + 1) - x(3x - 2)$

a) $2x^2 + 3x - 5 + (3x^2y - 6x + 3) = 3x^2y + 2x^2 - 3x - 2$

b) $3x^2 - 7x - 3 - (x^2 - 6x + 7) = 3x^2 - 7x - 3 - x^2 + 6x - 7 = 2x^2 - x - 10$

c) $(2x - 1)(3x + 2) = 6x^2 + 4x - 3x - 2 = 6x^2 + x - 2$

d) $(4x - 3)(2x + 1) - x(3x - 2) = 8x^2 + 4x - 6x - 3 - (3x^2 - 2x) = 5x^2 - 3$

Př. 8: Vyděl a zapiš podmínky.

a) $(5a^3 - 7a^2 - 6a) : a$

b) $(12x^3 - 8x^2 + 5x) : 4x$

c) $(18a^4 - 15a^3 + 12a) : 6a^2$

d) $(3a^3b^3 - 12a^2b^3 - 6a^2b) : 3a^2b$

a) $(5a^3 - 7a^2 - 6a) : a = \frac{5a^3}{a} - \frac{7a^2}{a} - \frac{6a}{a} = 5a^2 - 7a - 6 \quad a \neq 0$

b) $(12x^3 - 8x^2 + 5x) : 4x = \frac{12x^3}{4x} - \frac{8x^2}{4x} + \frac{5x}{4x} = 3x^2 - 2x + \frac{5}{4} \quad x \neq 0$

$$\text{c) } (18a^4 - 15a^3 + 12a) : 6a^2 = \frac{18a^4}{6a^2} - \frac{15a^3}{6a^2} + \frac{12a}{6a^2} = 3a^2 - \frac{5}{2}a + \frac{2}{a} \quad a \neq 0$$

$$\text{d) } (3a^3b^3 - 12a^2b^3 - 6a^2b) : 3a^2b = \frac{3a^3b^3}{3a^2b} - \frac{12a^2b^3}{3a^2b} - \frac{6a^2b}{3a^2b} = ab^2 - 4b^2 - 2 \quad a \neq 0; b \neq 0$$

Shrnutí: Při dělení mnohočlenu jednočlenem dělíme každý člen mnohočlenu zvlášť.