

3.2.15 Vytýkání před závorku

Předpoklady: 030214

Pedagogická poznámka: První tři příklady nikdy neděláme všechny. Počítáme pouze to, co je nutnější kvůli opakování. Je možné je i zcela přeskočit.

Př. 1: Vypočti.

a) $(3a+2)(2-a)$ b) $(2b+3)(3-b)$

a) $(3a+2)(2-a) = 6a - 3a^2 + 4 - 2a = -3a^2 + 4a + 4$

b) $(2b+3)(3-b) = 6b - 2b^2 + 9 - 3b = -2b^2 + 3b + 9$

Př. 2: Vypočti.

a) $(a+7)(5a-3) + 3a(2-5a)$ b) $(b+5)(4b-7) + 2b(6-7b)$

a) $(a+7)(5a-3) + 3a(2-5a) = 5a^2 - 3a + 35a - 21 + 6a - 15a^2 = -10a^2 + 38a - 21$

b) $(b+5)(4b-7) + 2b(6-7b) = 4b^2 - 7b + 20b - 35 + 12b - 14b^2 = -10b^2 + 25b - 35$

Př. 3: Vyděl.

a) $(12x^2 + 8x - 7) : 4$ b) $(20x^3 - 16x^2 + 15x - 25) : 5x$

a) $(12x^2 + 8x - 7) : 4 = \frac{12x^2}{4} + \frac{8x}{4} - \frac{7}{4} = 3x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{7}{4}$

b) $(20x^3 - 16x^2 + 15x - 25) : 5x = \frac{20x^3}{5x} - \frac{16x^2}{5x} + \frac{15x}{5x} - \frac{25}{5x} = 4x^2 - \frac{16}{5}x + 3 - \frac{5}{x}$

Př. 4: Odstraň závorky.

a) $-(3x^3 + 11x^2 - x + 7)$ b) $3(3x^2 + 6x + 1)$
c) $\left(\frac{x^2}{3} - 3x + \frac{3}{2}\right) \cdot 6x$ d) $3xy^2 \cdot \left(2x - 6 + \frac{5}{xy}\right)$

a) $-(3x^3 + 11x^2 - x + 7) = -3x^3 - 11x^2 + x - 7$

b) $3(3x^2 + 6x + 1) = 9x^2 + 18x + 3$

c) $\left(\frac{x^2}{3} - 3x + \frac{3}{2}\right) \cdot 6x = 6x \cdot \frac{x^2}{3} - 6x \cdot 3x + 6x \cdot \frac{3}{2} = 2x^3 - 18x^2 + 9x$

$$d) 3xy^2 \cdot \left(2x - 6 + \frac{5}{xy} \right) = 3xy^2 \cdot 2x - 3xy^2 \cdot 6 + 3xy^2 \cdot \frac{5}{xy} = 6x^2y^2 - 18xy^2 + 15y$$

V některých případech potřebujeme postupovat obráceně – z roznásobeného mnohočlenu vytvořit původní neroznásobenou závorku (získaný součin se nám může hodit například kvůli krácení nebo řešení rovnic) \Rightarrow v závislosti na „směru“ máme dva postupy:

- roznásobení závorky: $3(3x^2 + 6x + 1) = 9x^2 + 18x + 3$,
- vytknutí před závorkou $9x^2 + 18x + 3 = 3(3x^2 + 6x + 1)$.

Pedagogická poznámka: U tabule říkám, že jde o otočení roznásobování závorek, že koeficienty získáme dělením neprozrazuji, bavíme se o tom spíše až v lavicích nebo to někdo zmíní při kontrole.

Pedagogická poznámka: Poměrně brzo kontrolujeme první bod. Ani tak kvůli nesprávným postupům při řešení, spíš kvůli zápisu, mnoho žáků pochopí zadání špatně a píše vytvořený výraz do složených závorek takto: $4x^2 + 2x - 12 = 2\{2x^2 + x - 6\}$.

Př. 5: Vytkni před závorku číslo ve složené závorce.

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $4x^2 + 2x - 12$ $\{2\}$ | b) $6a^3 + 15a^2 - 12a$ $\{3\}$ |
| c) $28x^2 - 14x + 21$ $\{7\}$ | d) $-6x^2 - 8x + 5$ $\{2\}$ |

a) $4x^2 + 2x - 12 = 2(2x^2 + x - 6)$

b) $6a^3 + 15a^2 - 12a = 3(2a^3 + 5a^2 - 4a)$

c) $28x^2 - 14x + 21 = 7(4x^2 - 2x + 3)$

d) $-6x^2 - 8x + 5 = 2\left(-3x^2 - 4x + \frac{5}{2}\right)$

Př. 6: Vytkni před závorku výraz ve složené závorce.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $3x^2 + 6x$ $\{3x\}$ | b) $4a^3 + 12a^2 - 16a$ $\{4a\}$ |
| c) $24x^5 - 12x^3 + 6x^2$ $\{6x^2\}$ | d) $6a^3b^2 - 12a^2b^2 + 18ab^2$ $\{6ab^2\}$ |

a) $3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$

b) $4a^3 + 12a^2 - 16a = 4a(a^2 + 3a - 4)$

c) $24x^5 - 12x^3 + 6x^2 = 6x^2(4x^3 - 2x + 1)$

$$d) 6a^3b^2 - 12a^2b^2 + 18ab^2 = 6ab^2(a^2 - 2a + 3)$$

Př. 7: Z uvedených mnohočlenů vytkni před závorku znaménko mínus.

a) $2x - 1$

b) $y^3 + 6y^2 - 9y$

c) $-y^2 - 2y - 4$

d) $2a^3b^2 + 3a^2b^2 + 14ab^2$

a) $2x - 1 = -(-2x + 1)$

b) $y^3 + 6y^2 - 9y = -(-y^3 - 6y^2 + 9y)$

c) $-y^2 - 2y - 4 = -(y^2 + 2y + 4)$

d) $2a^3b^2 + 3a^2b^2 + 14ab^2 = -(-2a^3b^2 - 3a^2b^2 - 14ab^2)$

Př. 8: Vytkni před závorku co nejsložitější výraz tak, aby uvnitř závorky vznikl mnohočlen, jehož koeficienty jsou celá čísla.

a) $4x^2 + 6x$

b) $6b^3 + 9b^2 - 4b$

c) $8x^3y^2 - 12x^2y^2 + 16x^2y^3$

d) $18x^5 - 36x^3 + 20x^2$

a) $4x^2 + 6x = 2x(2x + 3)$

b) $6b^3 + 9b^2 - 4b = b(6b^2 + 9b - 4)$

c) $8x^3y^2 - 12x^2y^2 + 16x^2y^3 = 4x^2y^2(2x - 3 + 4y)$

d) $18x^5 - 36x^3 + 20x^2 = 2x^2(9x^3 - 18x + 10)$

Př. 9: Výrobci ve Středozeří mají obtížnou pozici, protože musí vyrábět výrobky pro zákazníky různých velikostí (elfové, lidé, hobiti, obři, skřeti, trpaslíci, skřítkové, ...). Někteří to řeší tím, že všechno projektují pomocí neznámé jednotkové velikosti a pak jen dosazují do neznámé konkrétní jednotky pro daný typ bytosti.

Například známý výrobce bazénů SwimHome prodává základní bazén o rozměrech $4a$, $5a$ a hloubce $2a$. Jak dlouho trvá napuštění bazénu čerpadlem o výkonu

$\frac{a^3}{500}$ m³/s? Kolik palet s kachličkami o celkové ploše $4a^2$ je třeba na vydláždění

bazénu?

Závisí získané výsledky na velikosti základní jednotky?

Objem bazénu: $V = abc = 4a \cdot 5a \cdot 2a = 40a^3$.

Doba napouštění: $t = \frac{\text{objem}}{\text{přítok m}^3/\text{s}} = \frac{40a^3}{\frac{a^3}{500}} \text{ s} = \frac{40 \cdot 500 \cdot a^3}{a^3} \text{ s} = 20\,000 \text{ s} = 5,6 \text{ h}.$

