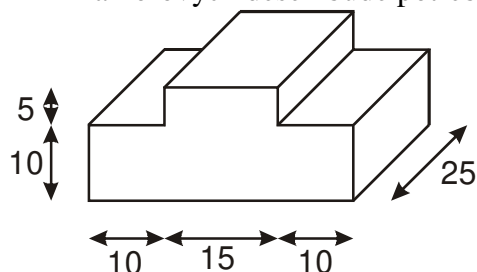
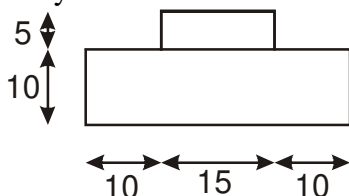


## 2.11.7 Objem a povrch hranolu II

**Př. 1:** Honza připravuje na zahradě stavbu svého pomníku. Začíná od podstavce. Rozměry jsou uvedeny v metrech. Urči, kolik  $\text{m}^3$  betonu bude na podstavec potřebovat. Kolik  $\text{m}^2$  mramorových desek bude potřebovat na jeho obložení?



Podstavec představuje kolmý hranol, kde čelní stěna tvoří podstavu  $\Rightarrow$  určíme obsah čelní stěny.



Čelní stěnu můžeme rozložit na dva obdélníky:

- $S_1 = ab = 5 \cdot 15 \text{ m}^2 = 75 \text{ m}^2$
- $S_2 = ab = 10 \cdot 35 \text{ m}^2 = 350 \text{ m}^2$

$$S_p = S_1 + S_2 = 75 + 350 \text{ m}^2 = 425 \text{ m}^2$$

$$V = S_p \cdot v = 425 \cdot 25 \text{ m}^3 = 10\,625 \text{ m}^3$$

Spodní stěna podstavce se obkládat nebude, musíme tedy spočítat, obsah všech zbývajících stěn.

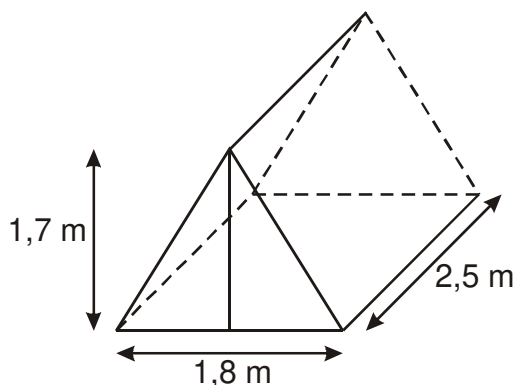
- Dvě větší boční stěny:  $S = 2 \cdot 10 \cdot 25 \text{ m}^2 = 500 \text{ m}^2$ .
- Dvě menší boční stěny:  $S = 2 \cdot 5 \cdot 25 \text{ m}^2 = 250 \text{ m}^2$ .
- Čelní a zadní stěna:  $S = 2 \cdot 425 \text{ m}^2 = 850 \text{ m}^2$ .
- Dvě menší vrchní stěny:  $S = 2 \cdot 10 \cdot 25 \text{ m}^2 = 500 \text{ m}^2$ .
- Velká vrchní stěna:  $S = 15 \cdot 25 \text{ m}^2 = 375 \text{ m}^2$ .

Celková plocha mramorových desek:  $S = 500 + 250 + 850 + 500 + 375 \text{ m}^2 = 2\,475 \text{ m}^2$ .

Honza bude na stavbu podstavce svého pomníku potřebovat  $10\,625 \text{ m}^3$  betonu a  $2\,475 \text{ m}^2$  mramorových desek.

**Př. 2:** Terka si šije z cely vlastní stan - takzvané áčko. Stan bude pokrývat plochu  $2,5 \text{ m} \times 1,8 \text{ m}$  a v nejvyšším bodě bude vysoký  $1,7 \text{ m}$ . Kolik  $\text{m}^2$  cely bude potřebovat? Kolik  $\text{m}^3$  vzduchu bude ve stanu?

Nakreslíme si obrázek.

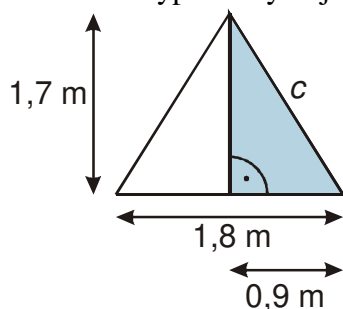


Stan představuje kolmý trojboký hranol s podstavou ve tvaru rovnoramenného trojúhelníku. Čelní stěnu tvoří trojúhelník o straně 1,8 m a jí odpovídající výšce 1,7 m:

$$S_p = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{1,8 \cdot 1,7}{2} \text{ m}^2 = 1,53 \text{ m}^2$$

$$V = S_p \cdot v = 1,53 \cdot 2,5 \text{ m}^3 = 3,825 \text{ m}^3 \doteq 3,8 \text{ m}^3$$

Pro výpočet potřebné velikosti celtý musíme znát délku ramen trojúhelníku, který tvoří přední stěnu. Pro výpočet využijeme Pythagorovu větu.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{0,9^2 + 1,7^2} \text{ m} = 1,9 \text{ m}$$

Celtu potřebujeme pouze na horní stranu stanu, tedy na stěny, které vycházejí z ramen trojúhelníku.

$$S = 2 \cdot ab = 2 \cdot 1,9 \cdot 2,5 \text{ m}^2 = 9,5 \text{ m}^2$$

Terka bude na stan potřebovat  $9,5 \text{ m}^2$  celtý. Ve stanu bude  $3,8 \text{ m}^3$  vzduchu.

**Dodatek:** Teoreticky by bylo možné nakreslit obrázek i tak, že by horní hrana áčka byla rovnoběžná s kratší hranou podstavy. Tímto způsobem však nikdo obrázky nekreslí a neodpovídá to ani klasické představě áčka, které má vždy horní hranu rovnoběžnou s delší stranou podstavy. Pokud se nad tím někdo pozastaví, můžete se ho zeptat, jak by se tedy mělo zadání změnit. S tím, že tak to sice není matematicky úplné, ale přesto srozumitelné pro všechny, kteří mají běžnou představu áčka.

**Př. 3:** Martin řeší problém se zakopáním vodovodu ze studně do zahradní chaty. Trubku je třeba zakopat do nezámrazné hloubky 80 cm vyhloubením příkopu, který má přibližně průřez lichoběžníku s dolní základnou 30 cm a horní základnou 50 cm. Kolik kg země bude muset při kopání vyházet? Vodovod má délku 25 m.

Potřebujeme určit hmotnost země ve výkopu, který má tvar kolmého hranolu s lichoběžníkovou podstavou.

**Objem hranolu**

Obsah podstavy (lichoběžník):  $S_p = \frac{(a+c)v}{2} = \frac{(30+50) \cdot 80}{2} \text{ cm}^2 = 3\,200 \text{ cm}^2 = 0,32 \text{ m}^2$ .

Objem hranolu:  $V = S_p \cdot v = 0,32 \cdot 25 \text{ m}^3 = 8 \text{ m}^3$ .

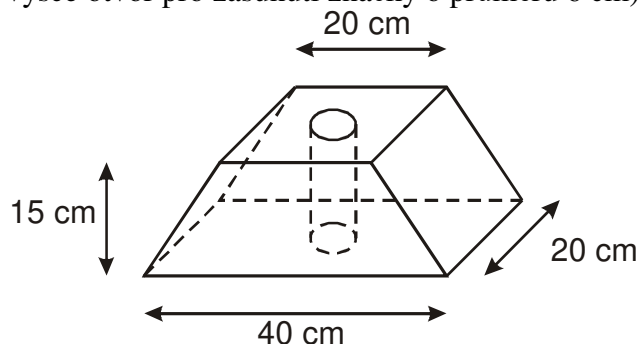
Hustota půdy: Pro naše použití potřebujeme znát hodnotu objemové hmotnosti půdy (tedy půdy v přirozeném stavu, nevysušené a nezbažené póry) na internetu je možné nalézt hodnoty od  $1000 \text{ kg/m}^3$  do  $1800 \text{ kg/m}^3$ . Použijeme střední hodnotu  $1400 \text{ kg/m}^3$  (pokud by Martin stál o přesnější odhad, bylo by asi nejvýhodnější si hustotu půdy přímo změřit).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad | \cdot V$$

$$m = \rho V = 1400 \cdot 8 \text{ kg} = 11\,200 \text{ kg} = 11,2 \text{ t}$$

Martin bude muset během přípravy výkopu vyházet 11,2 tuny hlíny.

**Př. 4:** Na obrázku je nakreslený betonový podstavec pro dočasnou dopravní značku (vzdálenosti jsou uvedeny v cm). Urči jeho hmotnost (uvnitř podstavce je po celé výšce otvor pro zasunutí značky o průměru 6 cm).



Podstavec má tvar kolmého hranolu s lichoběžníkovou podstavou. Pokud budeme chtít určit objem podstavce, musíme od objemu hranolu odečíst objem válce, který představuje díra na umístění značky.

**Objem hranolu**

Obsah podstavy (lichoběžník):  $S_p = \frac{(a+c)v}{2} = \frac{(40+20) \cdot 15}{2} \text{ cm}^2 = 450 \text{ cm}^2$ .

Objem hranolu:  $V = S_p \cdot v = 450 \cdot 15 \text{ cm}^3 = 6750 \text{ cm}^3$ .

**Objem válce (díra)**

$$V = 2\pi r^2 v = 2\pi \cdot 3^2 \cdot 15 \text{ cm}^3 \doteq 850 \text{ cm}^3$$

Objem betonu v podstavci:  $V = 6750 - 850 \text{ cm}^3 = 5900 \text{ cm}^3 = 0,0059 \text{ m}^3$ .

Hustota betonu: na internetu je možné nalézt hodnoty od  $1800 \text{ kg/m}^3$  do  $2400 \text{ kg/m}^3$ .

Použijeme střední hodnotu  $2100 \text{ kg/m}^3$ .

$$\rho = \frac{m}{V} \quad | \cdot V$$

$$m = \rho V = 2100 \cdot 0,0059 \text{ kg} = 12,4 \text{ kg}$$

Podstavec na značku má hmotnost 12,4 kg.

---

**Shrnutí:**