

## 2.10.8 Obsah kruhu I

**Předpoklady:** 021007

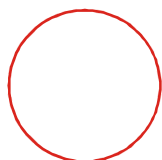
**Př. 1:** Jaký je rozdíl mezi obvodem a obsahem? V jakých jednotkách se udává obvod, v jakých obsah?

Obvod je délka hranice (provázku, kterým bychom útvar ohraničili)  $\Rightarrow$  udává se v jednotkách délky (m, cm, km, ...).

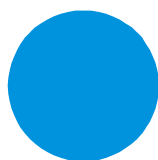
Obsah představuje velikost ohraničené plochy  $\Rightarrow$  udává se ve čtverečních jednotkách ( $\text{m}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{km}^2$ , ...).

Obrázkem:

obvod



obsah



**Př. 2:** Sepiš vzorce, které jsme se dosud učili, pro obvod a obsah různých útvarů. Co mají společného vzorce pro obvod? Co mají společného vzorce pro obsah?

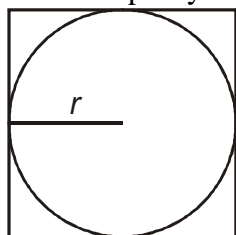
čtverec	$o = 4a$	$S = a^2$
obdélník	$o = 2a + 2b$	$S = ab$
trojúhelník	$o = a + b + c$	$S = \frac{av_a}{2}$
lichoběžník	$o = a + b + c + d$	$S = \frac{(a + c)v}{2}$

Všechny vzorce pro obvod obsahují pouze sčítání délek (nebo délek vynásobených čísly).

Všechny vzorce pro obsah obsahují pouze součiny dvou délek (součet  $a + c$  je také délka).

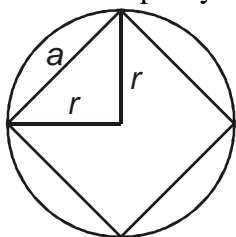
**Př. 3:** Do obrázku kružnici vepiš a opiš čtverec. Urči obsahy těchto čtverců v případě, že kružnice má poloměr  $r$ . Co můžeme tvrdit o obsahu kružnice, která má poloměr  $r$ ?

Čtverec opsaný kružnici:



Strana čtverce má délku  $2r \Rightarrow$  obsah čtverce:  $S = a^2 = (2r)^2 = 4r^2$ .

Čtverec vepsaný kružnici:



Délku strany čtverce můžeme určit pomocí Pythagorovy věty:  $a^2 = r^2 + r^2 = 2r^2$

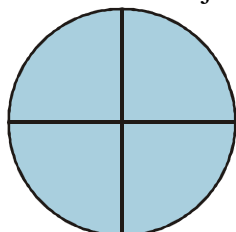
Obsah čtverce:  $S = a^2 = 2r^2$ .

Obsah kružnice, která má poloměr  $r$  bude určitě větší než  $2r^2$  a menší než  $4r^2$ .

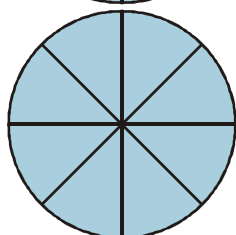
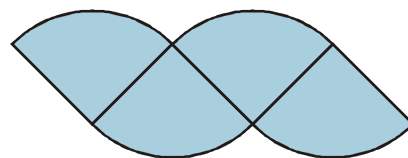
**Pedagogická poznámka:** Nečekáme až většina třídy vyřeší obsah vepsaného čtverce, jen si společně zkontrolujeme výsledek a řekneme si, jaký by měl být obsah kruhu.

**Př. 4:** Vzorec pro obsah kružnice můžeme snadno odvodit, když si představíme, že kružnici rozřežeme na mnoho velmi tenkých výsečí (jako když krájíme dort pro velký počet jedlíků) a tyto kousky pak vhodně přerovnáme, abychom z nich získali tvar podobný jednomu z útvarů, jejichž obsahy už jsme počítali. Zkus tento vzorec odvodit.

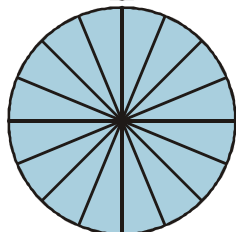
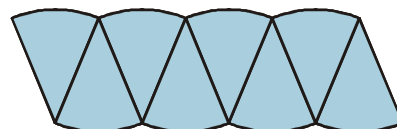
Zkusíme kružnici krájet na kousky jako dort a skládat je na talířek.



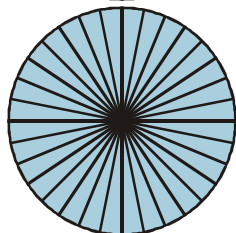
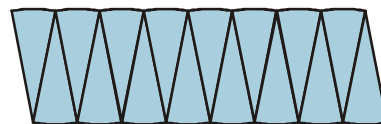
⇒



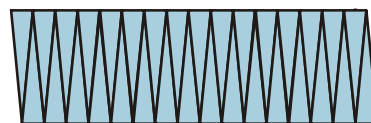
⇒



⇒



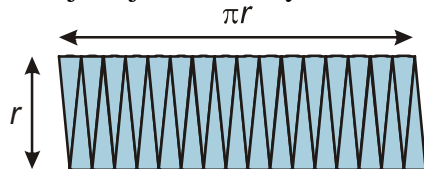
⇒



Čím menší měsíčky nakrájíme, tím více se útvar, který z nich můžeme poskládat, blíží obdélníku. Kdybychom našezali nekonečně mnoho nekonečně tenkých kousků, získali bychom přesně obdélník.

**Pedagogická poznámka:** Nechávám žákům čas, aby našli rozměry obdélníku a tedy i vzorec sami.

Jaké jsou jeho rozměry?



Obsah obdélníku:  $S = ab = r \cdot \pi r = \pi r^2$ .

**Př. 5:** Zkontroluj, zda získaný vzorec odpovídá očekáváním, na která jsme přišli během hodiny.

Podle příkladů ze začátku hodiny by správný vzorec měl:

- obsahovat součin dvou délek: splněno druhou mocninou poloměru,
- vyhovovat nerovnosti pro obsah kruhu, čtverce opsaného a vepsaného: splněno, protože platí  $2 < \pi < 4 \Rightarrow$  platí i  $2r^2 < \pi r^2 < 4r^2$ ,

$\Rightarrow$  náš vzorec může být správný vzorec pro obsah kruhu.

**Obsah kruhu o poloměru  $r$  je dán vztahem  $S = \pi r^2$ .**

**Př. 6:** Urči obsah kruhu o poloměru:

a) 6 cm

b) 230 m

c) 0,07 km

a) 6 cm :  $S = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 \text{ cm}^2 = 113 \text{ cm}^2$

b) 230 m :  $S = \pi r^2 = \pi \cdot 230^2 \text{ m}^2 = 166\,000 \text{ m}^2$

c) 0,07 km :  $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,07^2 \text{ km}^2 = 0,0154 \text{ km}^2$

**Shrnutí:** Pro obsah kruhu platí vztah  $S = \pi r^2$ .