

2.10.13 Povrch válce

Předpoklady: 021012

Př. 1: Válec na antuku má délku 100 cm a průměr 50 cm. Jakou plochu uválí, když se jednou otočí?

Když se válec jednou otočí uválí plochu, která odpovídá ploše je pláště (obdélník o straně výška x obvod podstavy).

$$S = 2\pi r \cdot v = 2\pi \cdot 0,25 \cdot 1\text{m}^2 = 1,57\text{m}^2$$

Na jedno otočení válec uválí $1,57\text{m}^2$ plochy.

Př. 2: Které vzorečky jsou správné vzorce pro povrch válce? Které vzorečky jsou na první pohled špatné?

a) $S = 2\pi(r+v) + 2\pi r^2$

b) $S = 2\pi r(r+v)$

c) $S = 2\pi r + 2\pi r v$

d) $S = 2\pi r^2 v$

e) $S = 2\pi r^2 + \pi^2 r^2$

f) $S = 2\pi r^2 + 2\pi r v$

a) $S = 2\pi(r+v) + 2\pi r^2$ - určitě špatný vzorec, jeho první část $2\pi(r+v)$ není součin vzdáleností \Rightarrow nemůže jít o vzorec o plochu.

b) $S = 2\pi r(r+v) = 2\pi r^2 + 2\pi r v$ - správný vzorec, obě části jsou součin dvou délek (tedy vzorečky pro nějakou plochu), $2\pi r^2$ - obsah dvou podstav, $2\pi r v$ - obsah pláště.

c) $S = 2\pi r + 2\pi r v$ - určitě špatný vzorec, jeho první část $2\pi r$ je pouze obvod \Rightarrow nemůže jít o vzorec o plochu.

d) $S = 2\pi r^2 v$ - určitě špatný vzorec, jde o součin tří délek - je to vzorec pro objem.

e) $S = 2\pi r^2 + \pi^2 r^2$ - určitě špatný vzorec, neobsahuje výšku válce, na které musí jeho povrch určitě záviset.

f) $S = 2\pi r^2 + 2\pi r v$ - $S = 2\pi r(r+v) = 2\pi r^2 + 2\pi r v$ - správný vzorec, obě části jsou součin dvou délek (tedy vzorečky pro nějakou plochu), $2\pi r^2$ - obsah dvou podstav, $2\pi r v$ - obsah pláště.

Povrch válce je dán vzorcem $S = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2\pi r(r+v)$.

Př. 3: Jirka vystříhl z listu papíru formátu A4 síť válce o poloměru 3 cm a výšce 6 cm a vzteká se, že je to hrozné plýtvání. Kolik procent z celé plochy listu využil?

Povrch válce: $S = 2\pi r(r+v) = 2\pi \cdot 3(3+6)\text{cm}^2 = 170\text{cm}^2$

Plocha papíru A4 (rozměry 21 x 29,7): $S = ab = 21 \cdot 29,7 \text{ cm}^2 = 624 \text{ cm}^2$.

624 ... 100 %
170 ... x

$$\frac{x}{170} = \frac{100}{624} \quad / \cdot 170$$

$$x = \frac{100}{624} \cdot 170 = 27,2\%$$

Je to plýtvání, Jirka využil jen 27,2 % plochy papíru.

Př. 4: Válcový taburet (sedátko) má průměr 45 cm a výšku 49 cm. Je možné ušít na něj látkový potah z obdélníkového zbytku látky o rozměrech 180 cm x 50 cm?

Nepotřebujeme povrch válce, potřebujeme zjistit, zda se střih potahu vejde na látku. Střih odpovídá síti válce s jednou podstavou (na spodní část taburetu se potah nedělá) \Rightarrow zjišťujeme rozměry.

Obvod kruhu: $o = \pi d = \pi \cdot 45 \text{ cm} = 141,4 \text{ cm}$.

Musíme na látku najednou umístit kruh o průměru 45 cm a obdélník o stranách 49 x 141,4 cm.

Dvě možnosti:

- vedle sebe \Rightarrow potřebujeme obdélník 141,4 x 94 cm,
- za sebou \Rightarrow potřebujeme obdélník 186,4 x 49 cm.

Látkový potah z obdélníkového zbytku látky o rozměrech 180 x 50 cm neušijeme.

Př. 5: Plechovka na šproty má tvar válce o průměru 10,3 cm a výšce 2,5 cm. Plechovka je vyrobena z plechu o hustotě 7800 kg/m^3 a tloušťce 0,5 mm. Urči její hmotnost.

Nejdříve spočteme povrch válce, který odpovídá ploše plechu potřebného na výrobu plechovky.

$$S = 2\pi r(r + v) = 2\pi \cdot 10,3(10,3 + 2,5) \text{ cm}^2 = 248 \text{ cm}^2$$

Plechu má plochu 248 cm^2 a tloušťku 0,5 mm \Rightarrow jeho objem:

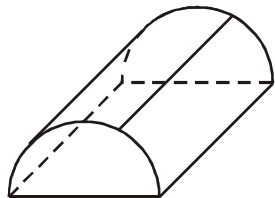
$$V = S \cdot v = 248 \cdot 0,05 \text{ cm}^3 = 12,4 \text{ cm}^3 = 0,0000124 \text{ m}^3$$

Hmotnost získáme, když objem vynásobíme hustotou:

$$m = V \rho = 0,0000124 \cdot 7800 \text{ kg} = 0,0967 \text{ kg} = 96 \text{ g}$$

Plechovka na šproty váží 96 g.

Př. 6: Petra si pro svou industriální cukrárnu koupila starou skladištní halu ve tvaru poloviny válce o průměru 7 m a délce 15 m. Hala potřebuje dvě vrstvy nátěru o vydatnosti 7 kg/m^2 v jedné vrstvě. Barva se prodává v balení po 0,7 kg (139 Kč), 2,5 kg (459 Kč) a 9 kg (1652 Kč). Doporuč, jak nejvhodněji nakoupit potřebnou barvu.



Povrch haly, který musí Petra nechat natřít, představuje přesně polovinu povrchu celého válce. Povrch je nutné natřít dvakrát \Rightarrow natíraný povrch odpovídá velikosti povrchu válce o průměru podstavy 7 m a výšce 15 m.

$$\text{Povrch válce: } S = 2\pi r(r + v) = 2\pi \cdot 3,5(3,5 + 15) \text{ m}^2 = 407 \text{ m}^2.$$

$$\text{Potřebné množství barvy: } 407 : 7 \text{ kg} = 58,1 \text{ kg}.$$

Větší balení barvy je výhodnější (i když rozdíl mezi 9 kg a 2,5 kg je minimální) \Rightarrow snažíme se co největší množství barvy nakoupit v 9 kg baleních.

$$58,1 : 9 = 6,4 \bar{4} \Rightarrow 6 \text{ balení po 9 kg}.$$

$$\text{Barva v plechovkách 9 kg: } 6 \cdot 9 \text{ kg} = 54 \text{ kg} \Rightarrow \text{zbývá nakoupit ještě } 4,1 \text{ kg barvy}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ balení po 2,5 kg} \Rightarrow \text{zbývá } 4,1 - 2,5 = 1,6 \text{ kg}$$

\Rightarrow dvě možnosti:

- 1 balení 2,5 kg barvy za 459 Kč,
- 3 balení 0,7 kg barvy za $3 \cdot 139 = 417$ Kč (levnější).

\Rightarrow na první pohled se zdá nejvýhodnější variantou nákupu barvy: 6 kusů 9 kg, 1 kus 2,5 kg a 3 kusy 0,7 kg za $6 \cdot 1652 + 459 + 3 \cdot 139 = 10\,788$ Kč.

Problém s řešením: 0,5 kg barvy zbude, rozdíly v cenách jsou malé \Rightarrow zkusíme jiné rozdělení.

58,1 kg barvy zkusíme nakoupit v balení o hmotnosti 2,5 kg.

$$58,1 : 2,5 = 23,24 \Rightarrow 23 \text{ kusů barvy } 2,5 \text{ kg o hmotnosti } 57,5 \text{ kg} \Rightarrow \text{zbývá ještě nakoupit } 0,6 \text{ kg barvy} \Rightarrow \text{stačí } 1 \text{ plechovka } 0,7 \text{ kg}.$$

Další varianta: 23 kusů 2,5 kg, 1 kus 0,7 kg za $23 \cdot 459 + 1 \cdot 139 = 10\,696$ Kč (trochu překvapivě levnější).

Z našich výpočtů se zdá, že nejvýhodnějším způsobem, jak nakoupit barvu je nákup 23 balení o hmotnosti 2,5 kg a jedné plechovky o hmotnosti 0,7 kg za celkovou cenu 10 696 Kč.

Dodatek: Ve skutečnosti ani druhé řešení není nejvýhodnější, protože je možné koupit barvu i takto: 5 kusů 9 kg, 5 kusů 2,5 kg a 1 kus 0,7 kg za $5 \cdot 1652 + 5 \cdot 459 + 1 \cdot 139 = 10\,694$ Kč. Jak je možné se podívat v příložené excelovské tabulce. Ani ta však nezachycuje všechny možnosti, protože předpokládá, že je automaticky lepší nakoupit zbytek barvy ve formě 2,5 kg balení. Pokud bychom probírali jednotlivé varianty i na této další úrovni, příklad by se ještě o jednu úroveň zkomplikoval.

Ve skutečnosti se takto podrobně podobnou úlohou nikdo nezabývá a první řešení se bere jako nejlepší.

Pedagogická poznámka: Pokud někoho z žáků napadne, že první způsob výpočtu nemusí nutně znamenat nejvýhodnější výsledek, zaslouží velké ocenění. Dopotčítání příklad na úrovni uvedené v tabulce je dobrou úlohou navíc, nejlépe při zpracování v tabulkovém procesoru.

Př. 7: Celá plechovka z příkladu 5 i s obsahem (brutto) váží 263 g, samotný obsah (netto) 160 g. Vysvětli rozdíl.

Hmotnost plechovky z vážení: $263 - 160 = 103$ g. Co že je větší hodnota než jsme spočítali v příkladu 5.

Možné důvody:

- v místech, kde je plechovka spojená, jsou až tři vrstvy plechu,
- tloušťka plechu neodpovídá zadání v příkladu 5 (ve skutečnosti je tlustší),
- obsah plechovky je těžší než deklarovaných 160 g,
- hustota kovu, ze kterého je plechovka vyrobena je větší než $7\,800 \text{ kg/m}^3$,
- ...

Shrnutí: Povrch válce je dán vzorcem $S = 2\pi r^2 + 2\pi r v = 2\pi r(r + v)$ (dva kruhy a obdélník).