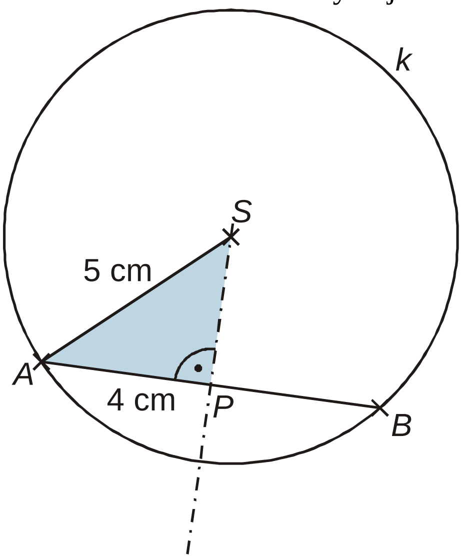
2.10.3 Části kruhu

Předpoklady: 0201002

Př. 1: Na kružnici $k(S;5\,\text{cm})$ leží body *A*, *B*, $|AB| = 8\,\text{cm}$. Urči početně vzdálenost tětivy *AB* od středu kružnice. Správnost výpočtu zkontroluj rýsováním.

Nakreslíme si obrázek a využijeme speciální rysy situace.



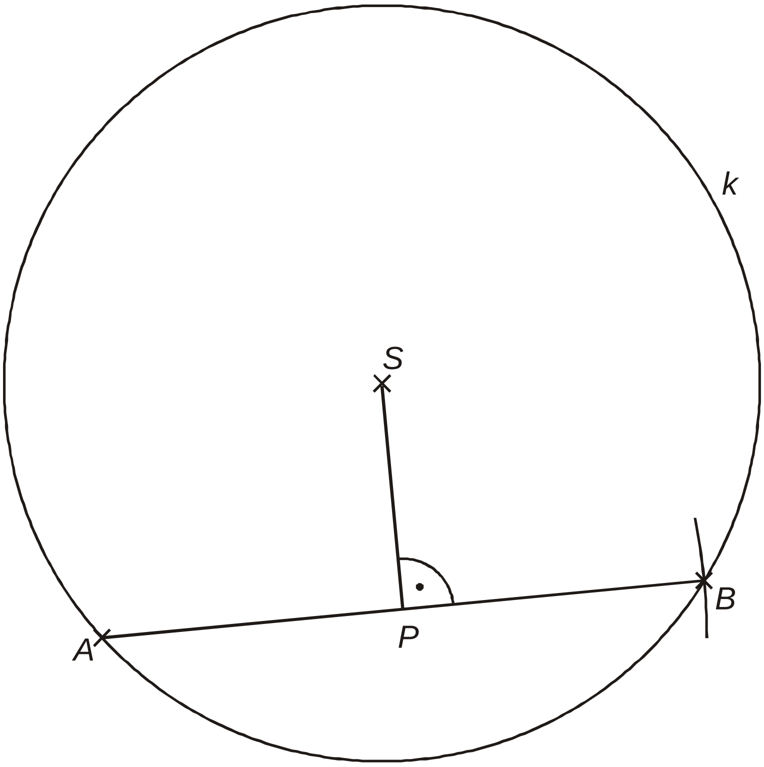
Body *A*, *B* leží na kružnici $\Rightarrow$ kolmice na úsečku *AB* (tětivy) procházející středem kružnice je osou úsečky *AB* (bod *P* je středem úsečky *AB*) $\Rightarrow$ v obrázku se vytvoří dva pravoúhlé trojúhelníky.

Pythagorova věta: $|SA|^2 = |AP|^2 + |SP|^2 \qquad / -|AP|^2$.

$|SP|^2 = |SA|^2 - |AP|^2$

$|SP|^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

$|SP| = 3\,\text{cm}$

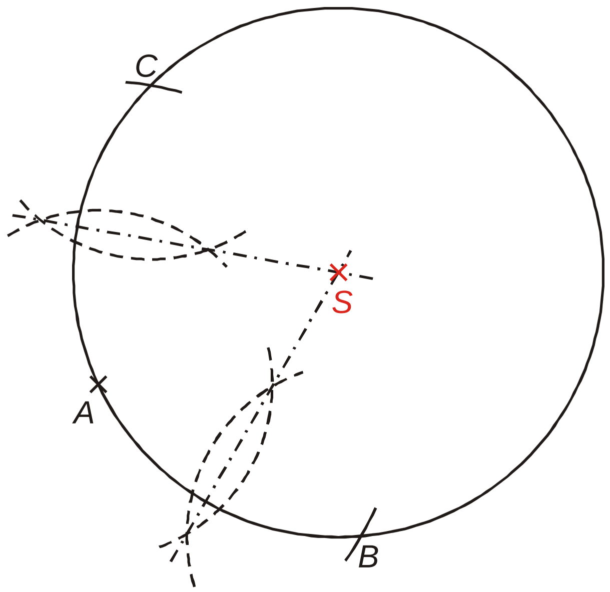


Měřením ověříme, že $|SP| = 3\,\text{cm}$.

Pedagogická poznámka: Pokud mají žáci přijít na postup sami, je nutné, aby v obrázku měli nakreslen pravý úhel, bod *P* a vyznačenou délku úsečky *AP* (to udělá většina, protože jde o přímé uplatnění postupu na výpočet vzdálenosti bodu od přímky). V druhé fázi pak musí dokreslit úsečku *AS* (nebo *BS*). Tento krok je pro většinu žáků daleko obtížnější a během diskuse nad příkladem je třeba se zeptat, žáků proč tam tuto úsečku kreslili (důvodů je více - využití speciální vlastnosti kružnice, vzdálenosti umíme počítat pouze z pravoúhlých trojúhelníků a tady k němu chybí pouze úsečka *AS*, využití zbývajícího údaje ze zadání (určitě není zbytečný, protože u větší kružnice by i vzdálenost byla větší).

Př. 2: Na papírku je vytištěna kružnice. Urči rýsováním její střed.

Vyžijeme pravidlo pro tětivu: Osa libovolné tětivy prochází středem kružnice $\Rightarrow$ na kružnici si zvolíme dvě libovolné tětivy a průsečík jejich os je střed kružnice.



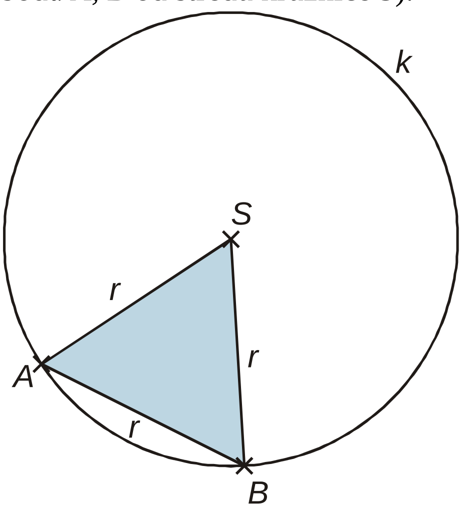
Pedagogická poznámka: Nejčastějším špatným postupem je ježdění pravítkem po kružnici a hledání průměru. Střed pak vznikne jako průsečík dvou průměrů. Velmi brzo po zadání příkladu upozorňuji, že tento postup "není rýsování".

Pedagogická poznámka: Objevují se i jiné postupy - například si na kružnici můžeme zvolit tři body a najít střed kružnice opsané tohoto trojúhelníka. Pokud se tento postup objeví, srovnáváme ho s postupem použitým v řešení a docházíme k tomu, že oba postupy jsou v podstatě totožné (v obou hledáme osy úseček, volíme tři body, ...).

Pedagogická poznámka: Diskutujeme i o tom, jak najít střed co nejrychleji (body *B*, *C* jsou stejně daleko od *A* $\Rightarrow$ vzdálenost v kružítku budeme měnit jen jednou).

Př. 3: Tětiva *AB* kružnice $k(S;r)$ má délku *r*. Urči velikost úhlu *ASB*.

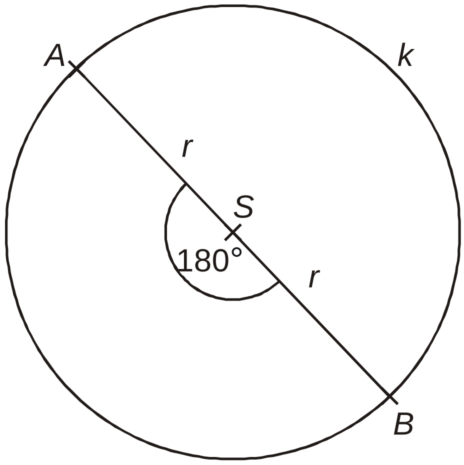
Nakreslíme obrázek a doplníme do něj všechny vzdálenosti, které známe (včetně vzdáleností bodů *A*, *B* od středu kružnice *S*).



Všechny tři strany trojúhelníka *ABS* mají stejnou délku $\Rightarrow$ jde o rovnostranný trojúhelník $\Rightarrow$ všechny úhly jsou shodné $\Rightarrow$ všechny mají velikost $60°$ $\Rightarrow$ úhel *ASB* má velikost $60°$.

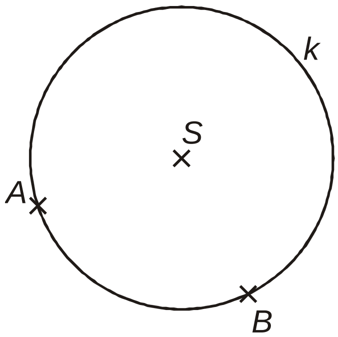
Pedagogická poznámka: První rada (kterou by si žáci měli zapamatovat) zní - nakresli si do obrázku všechno, co o situaci víš. Jakmile se tam objeví všechny tři strany o délce r je příklad jasný.

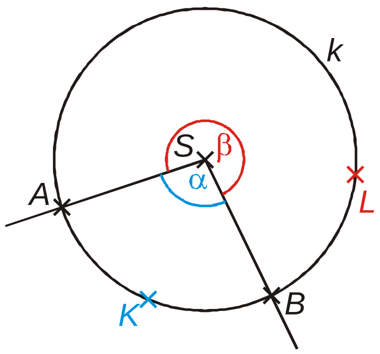
Př. 4: Na kružnici $k(S;r)$ leží body A, B tak, že $|\sphericalangle ASB| = 180°$. Urči délku tětivy AB.



Pokud je úhel ASB přímý, je tětiva AB průměr kružnice platí $|AB| = 2r$.

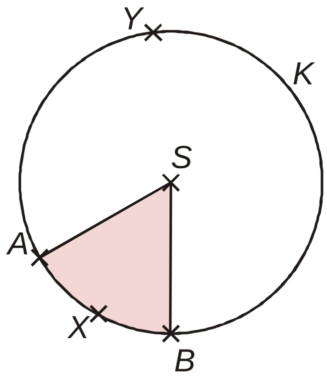
Př. 5: Na obrázku je nakreslena kružnice $k(S;r)$ a dva body A, B, které na ní leží. Obrázek překresli do sešitu. Zakresli do obrázku bod K, tak aby byl vnitřním bodem menšího oblouku AB, a bod L, tak aby byl vnitřním bodem většího oblouku AB. Středový úhel příslušný oblouku $\overset{\frown}{AKB}$ označ α, středový úhel příslušný oblouku $\overset{\frown}{ALB}$ označ β.





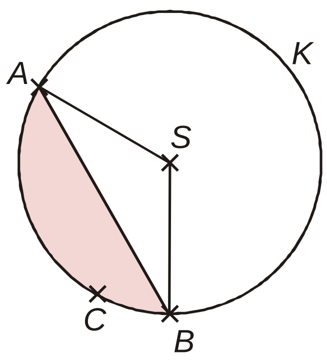
- K - vnitřní bod menšího oblouku AB,
- L - vnitřní bod většího oblouku AB,
- α - středový úhel příslušný oblouku $\overset{\frown}{AKB}$,
- β - středový úhel příslušný oblouku $\overset{\frown}{ALB}$.

Př. 6: Načrtni obrázek kruhu $K(S;r)$. Do obrázku dokresli body *A*, *B*, *X*, *Y* tak, aby bod *X* nebyl bodem oblouku $\overparen{AYB}$ a středový úhel příslušný oblouku $\overparen{AYB}$ byl $300°$. Vyznač do obrázku kruhovou výseč, které náleží oblouk $\overparen{AXB}$.



Pedagogická poznámka: Žákům, kteří si nejsou jistí tím, co mají vybarvit stačí připomenout, že jméno vysvětluje, co mají nakreslit, jde přece o VÝseč.

Př. 7: Načrtni obrázek kruhu $K(S;r)$. Do obrázku dokresli body *A*, *B*, *C* tak, aby středový úhel příslušný oblouku $\overparen{ACB}$ byl $120°$. Vyznač do obrázku kruhovou úseč, které náleží oblouk $\overparen{ACB}$.

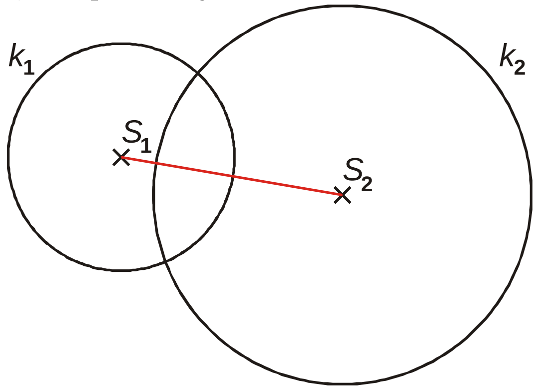


Př. 8: Navrhni mnemotechnickou pomůcky na odlišení úseče a výseče kruhu.

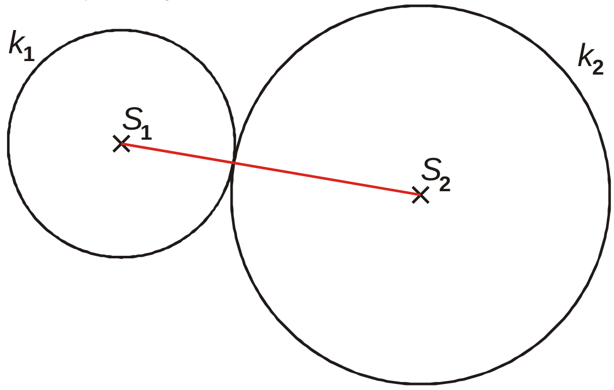
Pedagogická poznámka: Pravděpodobnost, že někdo mnemotechnickou pomůcku vymyslí je spíš malá, proto příliš nečekáme. Výsledek jenom ukážu, nic nevysvětluji, žáci obrázek rychle pochopí a docela s chutí ho překreslují do sešitu.

Př. 9: Načrtni obrázek, na kterém mají dvě kružnice $k_1(S_1;r_1)$, $k_2(S_2;r_2)$ o různých poloměrech:
a) dva průsečíky, b) vnější dotyk, c) vnitřní dotyk.
Která úsečka se označuje jako středná?

Jako středná se označuje úsečka, která spojuje středy obou kružnic.
a) dva průsečíky

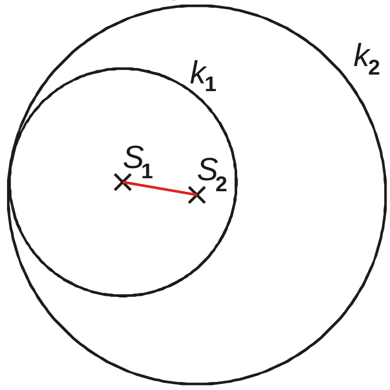


b) vnější dotyk



Bod dotyku leží na středné.

c) vnitřní dotyk



Pedagogická poznámka: Poslední příklad se v hodině dokončit nedá. Nechávám jej na domácí úkol, příští hodinu maximálně zkontroluji jeho splnění, ale dál se k němu nevracíme.

Shrnutí: Výseč z kruhu vysekáváme dvěma seky, úseč z něho useknem jedním sekem.