

3.4.10 Obsah kruhové výseče

Předpoklady: 030409

Př. 1: Dopln tabulku. Výsledky udávej s přesností na tři platné číslice.

r	d	o	S
	12		
		0,3	
$\frac{4}{9}$			
			10

r	d	o	S
6	12	37,7	113
0,0477	0,0955	0,3	0,00716
$\frac{4}{9}$	0,889	2,79	0,621
1,78	3,57	11,2	10

Př. 2: Načrtni kruh K a kruhovou výseč tohoto kruhu se středovým úhlem 60° . Jak velký bude obsah této kruhové výseče, pokud se obsah celého kruhu rovná 720 cm^2 ? Jak velký by byl obsah kruhové výseče, která by měla středový úhel 1° ?

Výseč tvoří šestinu celého kruhu \Rightarrow její obsah je šestinou obsahu celého kruhu:

$$720 : 6 \text{ cm}^2 = 120 \text{ cm}^2 .$$

Výseč o středovém úhlu 1° by měla obsah jednu třišedesátinu obsahu celého kruhu:

$$720 : 360 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2 .$$

Př. 3: Urči obsah kruhové výseče o poloměru $r = 10 \text{ cm}$ a středovém úhlu:

- a) 90° b) 12° c) 231°

Obsah celého kruhu: $S = \pi r^2 = \pi \cdot 10^2 \text{ cm}^2 = 314 \text{ cm}^2$.

a) 90°

Čtvrtina: $314 : 4 \text{ cm}^2 = 78,5 \text{ cm}^2$.

b) 12°

Použijeme přímou úměrnost (čím větší středový úhel, tím větší je obsah výseče)

$$360^\circ \quad \dots \quad 314 \text{ cm}^2$$

$$12^\circ \quad \dots \quad x$$

$$\frac{x}{12} = \frac{314}{360} \quad / \cdot 12$$

$$x = \frac{314}{360} \cdot 12 \text{ cm}^2 = 10,5 \text{ cm}^2$$

c) 231°

$$360^\circ \quad \dots \quad 314 \text{ cm}^2$$

$$231^\circ \quad \dots \quad x$$

$$\frac{x}{231} = \frac{314}{360} \quad / \cdot 231$$

$$x = \frac{314}{360} \cdot 231 \text{ cm}^2 = 201 \text{ cm}^2$$

Pedagogická poznámka: Někteří žáci řeší příklad přepočítáváním přes 1°. Není to problém, na tabuli si ukazujeme přímou úměrnost.

Př. 4: Odvoď vzorec pro obsah kruhové výseče o poloměru r a středovém úhlu α .

Budeme postupovat stejně jako v předchozím příkladu.

$$\begin{array}{ccc} 360^\circ & \dots & \pi r^2 \\ \alpha & \dots & x \end{array}$$

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{\pi r^2}{360} \quad / \cdot \alpha$$

$$x = \frac{\pi \alpha r^2}{360}$$

Obsah kruhové výseče je dán vzorcem $x = \frac{\pi \alpha r^2}{360}$, kde r je poloměr výseče a α je její středový úhel ve stupních.

Obsah kruhové výseče je dán vzorcem $x = \frac{\pi \alpha r^2}{360}$, kde r je poloměr výseče a α je její středový úhel ve stupních.

Pedagogická poznámka: Připomínám žákům, že jsme si sice odvodili vzorec, ale do budoucna je užitečnější si pamatovat, že obsah můžeme dopočítat pomocí přímé úměry z obsahu kruhu, než si pamatovat samotný vzorec.

Př. 5: Využij získaný vzorec pro doplnění tabulky obsahů kruhových výsečí. Přemýšlej, jak postupovat, abys na kalkulačce zadával co nejméně čísel. Výsledky udávej na tři platné číslice.

	36°	100°	305°	7°
15km				
0,21 m				

	36°	100°	305°	7°
15km	70,7	196	599	13,7
0,21 m	0,0139	0,0385	0,117	0,00269

Pedagogická poznámka: Někteří žáci mají s interpretací tabulky trochu problémy, ale když trváte na tom, že mají spočítat obsahy a jde o osm příkladů, nakonec to zvládnou.

Shrnutí: Obsah kruhové výseče vypočteme snadno z obsahu kruhu pomocí přímé úměry.