

### 3.2.1 Doučování rovnic

**Předpoklady:** 030201

**Př. 1:** Sleduj, jak se ve výrazu osamostatnilo číslo  $a$ .

$$2 + 3a \quad / -2$$

$$\underbrace{-2 + 2}_0 + 3a$$

$$3a \quad / :3$$

$$\frac{\cancel{3}a}{\cancel{3}} = a$$

Jakou operací bys písmenko  $a$  osamostatnil v následujících výrazech?

a)  $a - 3$                       b)  $5a$                       c)  $\frac{a}{6}$                       d)  $-a$                       e)  $-4a$

U každého bodu napiš zdůvodnění.

a)  $a - 3 \quad / +3$ , protože  $a \underbrace{-3 + 3}_0 = a$ .

b)  $5a \quad / :5$ , protože  $\frac{\cancel{5}a}{\cancel{5}} = a$  (jiné zdůvodnění  $\frac{5a}{5} = \frac{5}{5} \cdot a = 1 \cdot a = a$ ).

c)  $\frac{a}{6} \quad / \cdot 6$ , protože  $\frac{a}{\cancel{6}} \cdot \cancel{6} = a$ .

d)  $-a \quad / \cdot (-1)$ , protože  $(-1) \cdot (-a) = a$

e)  $-4a \quad / :(-4)$ , protože  $\frac{-4a}{-4} = \frac{-4}{-4} \cdot a = 1a = a$

**Pedagogická poznámka:** Žákům s největšími problémy s největšími problémy není jasné skoro nic. Proto se jich ptám na dvě zásadní věci: Proč jsme v první úpravě použili  $-2$  (ne třeba  $+3$ ) (abychom získali  $+2 - 2 = 0$ ) a proč je získání nuly výhodné (co se děje, když uděláme  $0+3$ ,  $0+5$ ,  $0-4$ ) (přičtením nuly se číslo nemění a proto ji můžeme vynechat).

První dva body jsou obvykle bez problémů, ty se objeví buď v bodě c) nebo nejpozději v bodě d). I v případě, že žáci neví, co mají udělat, chci, aby napsali zdůvodnění, které většinou vypadá naprosto nesmyslně  $6a = a$ ,  $-4a + 4 = a$ . Nejprve řešíme proč je zdůvodnění špatně (a hlavně, že nesmí psát nesmyslné výpočty se správným výsledkem na konci) a pak teprve hledáme správné číslo do úpravy (například v bodě d) se nejdříve na konkrétním čísle zbavujeme znaménka (typický první návrh pro číslo  $-3$  je  $(-3)(-3) = 9$ ) a teprve s jeho pomocí hledáme číslo, které odpovídá všem požadavkům.

Důležitým okamžikem je také to, zda si žák vůbec všimne, že úpravy spočívají v tom, že si opíš předchozí stav a k němu něco přidají.

Pokud žáci body c) a d) pochopí, řeší bod e) většinou na dva kroky ( $\cdot(-1)$ ,  $/:4$ ), co není chyba i když jim samozřejmě ukazují řešení na jeden krok ( $/:(-4)$ ).

**Př. 2:** V tabulce je zachyceno řešení rovnice  $2x - 3 = 5$ . Co je zachyceno v pravém sloupci? Vyřeš stejným způsobem rovnici  $\frac{x}{3} + 1 = 4$ .

$2x - 3 = 5 \quad /+3$	$\underbrace{2 \cdot 4 - 3}_{8-3=5} = 5$
$2x \underbrace{-3+3}_0 = 5+3$	$\underbrace{2 \cdot 4 - 3 + 3}_{8-3+3=8} = 5+3$
$2x = 8 \quad /:2$	$2 \cdot 4 = 8$
$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$	$\frac{2 \cdot 4}{2} = \frac{8}{2}$
$x = 4$	$4 = 4$

Pravý sloupec zachycuje, jak se měnily hodnoty obou stran rovnice.

Řešení rovnice  $\frac{x}{3} + 1 = 4$ .

$\frac{x}{3} + 1 = 4 \quad /-1$	$\underbrace{\frac{9}{3} + 1}_{3+1=4} = 4$
$\frac{x}{3} + \underbrace{1-1}_0 = 4-1$	$\underbrace{\frac{9}{3} + 1 - 1}_{3+1-1=3} = 4-1$
$\frac{x}{3} = 3 \quad / \cdot 3$	$\frac{9}{3} = 3$
$\frac{x}{3} \cdot 3 = 3 \cdot 3$	$\frac{9}{3} \cdot 3 = 3 \cdot 3$
$x = 9$	$9 = 9$

**Př. 3:** Vyřeš rovnice (podrobně rozepisuj kroky, jako v předchozím případě, ale nepiš již pravý sloupec s dosazováním vypočtené hodnoty).

a)  $\frac{x+3}{2} = 2$

b)  $3x - 2 = 0$

c)  $3x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

d)  $\frac{2x-3}{4} = -2$

a)  $\frac{x+3}{2} = 2 \quad / \cdot 2$

$\frac{x+3}{2} \cdot 2 = 2 \cdot 2$

$x+3 = 4 \quad /-3$

$x+3-3 = 4-3$

$x = 1$

b)  $3x - 2 = 0 \quad /+2$

$3x - 2 + 2 = 0 + 2$

$3x = 2 \quad /:3$

$\frac{3x}{3} = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$

$$\text{c) } 3x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad / -\frac{1}{2}$$

$$3x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$3x = -\frac{1}{6} \quad / :3$$

$$\frac{3x}{3} = -\frac{1}{6 \cdot 3}$$

$$x = -\frac{1}{18}$$

$$\text{d) } \frac{2x-3}{4} = -2 \quad / \cdot 4$$

$$\frac{2x-3}{4} \cdot 4 = -2 \cdot 4$$

$$2x-3 = -8 \quad / +3$$

$$2x-3+3 = -8+3$$

$$2x = -5 \quad / :2$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

**Shrnutí:**