

3.2.5 Řešení lineárních rovnic I

Předpoklady: 030504

Zkouška: Dosadíme nalezená řešení do původního tvaru rovnice a zkontrolujeme, zda jsme získali platnou rovnost.

$$\text{Rovnice: } 3x - 2(x+1) = 2 + 5x$$

$$3x - 2x - 2 = 2 + 5x$$

$$x - 2 = 2 + 5x \quad / -x$$

$$-2 = 2 + 4x \quad / -2$$

$$-4 = 4x \quad / :4$$

$$x = -1$$

$$K = \{-1\}$$

Zkouška

$$L: 3x - 2(x+1) = 3(-1) - 2(-1+1) = -3 + 0 = -3$$

$$P: 2 + 5x = 2 + 5(-1) = 2 - 5 = -3$$

$$L = P$$

Př. 1: Vyřeš rovnice. Udělej zkoušku.

a) $3x + 4(x-1) = x + 2 \cdot (2x+1)$

b) $2(a-1) + 2(a+3) = 3(a-1) + a$

c) $5y - 2(y-1) = 3 - 2(y+3)$

d) $10 - 3(3x+3) = 1 - 2(4x+1) - x + 2$

a) $3x + 4(x-1) = x + 2(2x+1)$

$$3x + 4x - 4 = x + 4x + 2$$

$$7x - 4 = 5x + 2 \quad / +4$$

$$7x = 5x + 6 \quad / -5x$$

$$2x = 6 \quad / :2$$

$$x = 3$$

Zkouška

$$L: 3x + 4(x-1) = 3 \cdot 3 + 4(3-1) = 9 + 8 = 17$$

$$P: x + 2(2x+1) = 3 + 2(2 \cdot 3 + 1) = 3 + 14 = 17$$

$$L = P$$

$$K = \{3\}$$

b) $2(a-1) + 2(a+3) = 3(a-1) + a$

Nemáme s čím provést zkoušku.

$$2a - 2 + 2a + 6 = 3a - 3 + a$$

$$4a + 4 = 4a - 3 \quad / -4a$$

$$4 = -3 \quad \text{Rovnice nemá řešení.}$$

$$K = \emptyset$$

c) $5y - 2(y-1) = 3 - 2(y+3)$

Zkouška

$$5y - 2y + 2 = 3 - 2y - 6$$

$$L: 5y - 2(y-1) = 5(-1) - 2(-1-1) = -5 - 2(-2) = -1$$

$$3y + 2 = -2y - 3 \quad / +2y$$

$$P: 3 - 2(y+3) = 3 - 2(-1+3) = 3 - 4 = -1$$

$$5y + 2 = -3 \quad / -2$$

$$L = P$$

$$5y = -5 \quad / :5$$

$$y = -1$$

$$K = \{-1\}$$

d) $10 - 3(3x+3) = 1 - 2(4x+1) - x + 2$

Zkoušku dělat nemůžeme, protože nedokážeme vyzkoušet všechna čísla.

$$10 - 9x - 9 = 1 - 8x - 2 - x + 2$$

$$1-9x=1-9x \quad /-1+9x$$

$$0=0 \quad K=R$$

Jak se řeší rovnice $(x-2)(x-3)=(x+5)(x-1)$? Stejně jako předchozí. Jenom v průběhu výpočtu se objeví i druhé mocniny.

$$x^2-3x-2x+6=x^2-x+5x-5$$

$$x^2-5x+6=x^2+4x-5 \quad /-x^2$$

$$-5x+6=+4x-5 \quad /+5x+5$$

$$11=9x \quad /:9$$

$$x=\frac{11}{9}$$

Př. 2: Vyřeš rovnice:

a) $(y-3)^2=(y+2)^2$

b) $(2x-1)(x+3)=(2x+1)(x-2)$

c) $(3x+1)(x+5)-2(x-1)^2=(x+1)^2$

a) $(y-3)^2=(y+2)^2$

$$y^2-6y+9=y^2+4y+4 \quad /-y^2$$

$$-6y+9=4y+4 \quad /+6y-4$$

$$5=10y \quad /:10$$

$$y=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad K=\left\{\frac{1}{2}\right\}$$

b) $(2x-1)(x+3)=(2x+1)(x-2)$

$$2x^2+6x-x-3=2x^2-4x+x-2 \quad /-2x^2$$

$$5x-3=-3x-2 \quad /+3x+3$$

$$8x=1 \quad /:8$$

$$x=\frac{1}{8} \quad K=\left\{\frac{1}{8}\right\}$$

c) $(3x+1)(x+5)-2(x-1)^2=(x+1)^2$

$$3x^2+15x+x+5-2(x^2-2x+1)=x^2+2x+1$$

$$3x^2+16x+5-2x^2+4x-2=x^2+2x+1$$

$$x^2+20x+3=x^2+2x+1 \quad /-x^2$$

$$20x+3=2x+1 \quad /-2x-3$$

$$18x=-2 \quad /:18$$

$$x=-\frac{2}{18}=-\frac{1}{9} \quad K=\left\{-\frac{1}{9}\right\}$$

Pedagogická poznámka: Příklad 3 je domácí úkol pro žáky, kteří měli problémy s příkladem 1 (nedokázali ho dopočítat do konce hodiny).

Př. 3: Vyřeš rovnice:

a) $5x + 3(2x - 1) = 2x + 3(x - 2)$

c) $2x - (x + 1) = 3 - (2x - 1)$

b) $3(x - 2) + 2(x + 5) = 4(x - 1) + x$

d) $6(x - 1) - 3(x + 1) = 4(x - 3) - x + 3$

a) $5x + 3(2x - 1) = 2x + 3(x - 2)$

$$5x + 6x - 3 = 2x + 3x - 6$$

$$11x - 3 = 5x - 6 \quad / +3$$

$$11x = 5x - 3 \quad / -5x$$

$$6x = -3 \quad / :6$$

$$x = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

c) $2x - (x + 1) = 3 - (2x - 1)$

$$2x - x - 1 = 3 - 2x + 1$$

$$x - 1 = 4 - 2x \quad / +1$$

$$x = 5 - 2x \quad / +2x$$

$$3x = 5 \quad / :3$$

$$x = \frac{5}{3} \quad K = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

b) $3(x - 2) + 2(x + 5) = 4(x - 1) + x$

$$3x - 6 + 2x + 10 = 4x - 4 + x$$

$$5x + 4 = 5x - 4 \quad / -4$$

(už víme, že rovnice nemá řešení)

$$5x = 5x - 8 \quad / -5x$$

$$0x = -8 \quad K = \emptyset$$

d) $6(x - 1) - 3(x + 1) = 4(x - 3) - x + 3$

$$6x - 6 - 3x - 3 = 4x - 12 - x + 3$$

$$3x - 9 = 3x - 9 \quad / +9$$

(už víme, že rovnici vyhovují všechna reálná čísla)

$$3x = 3x \quad / -3x$$

$$0x = 0 \quad K = R$$

Shrnutí: