

3.2.7 Řešení lineárních rovnic III

Předpoklady: 030506

Př. 1: Zjednoduš na co nejmenší počet kroků.

a) $4 \cdot \frac{x-1}{2}$ b) $6 \cdot \frac{x}{2}$ c) $12 \cdot \frac{2x-1}{6}$ d) $12 \cdot \frac{3x+1}{2}$ e) $15 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2\right)$

f) $6 \cdot \left(\frac{1-x}{2} + \frac{2+x}{3}\right)$ g) $12 \cdot \left(5 \cdot \frac{2x+1}{4} + \frac{x}{6}\right)$ h) $21 \cdot \left(2 \cdot \frac{3-2x}{7} + 4 \cdot \frac{x+1}{3}\right)$

a) $4 \cdot \frac{x-1}{2} = 2(x-1) = 2x-2$ b) $6 \cdot \frac{x}{2} = 3x$ c) $12 \cdot \frac{2x-1}{6} = 2(2x-1) = 4x-2$

d) $12 \cdot \frac{3x+1}{2} = 6 \cdot (3x+1) = 18x+6$ e) $15 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2\right) = 15 \cdot \frac{x}{5} - 15 \cdot 2 = 3x-30$

f) $6 \cdot \left(\frac{1-x}{2} + \frac{2+x}{3}\right) = 6 \cdot \frac{1-x}{2} + 6 \cdot \frac{2+x}{3} = 3(1-x) + 2(2+x) = 3-3x+4+2x = 7-x$

g) $12 \cdot \left(5 \cdot \frac{2x+1}{4} + \frac{x}{6}\right) = 12 \cdot 5 \cdot \frac{2x+1}{4} + 12 \cdot \frac{x}{6} = 3 \cdot 5 \cdot (2x+1) + 2x = 30x+15+2x = 32x+15$

h) $21 \cdot \left(2 \cdot \frac{3-2x}{7} + 4 \cdot \frac{x+1}{3}\right) = 21 \cdot 2 \cdot \frac{3-2x}{7} + 21 \cdot 4 \cdot \frac{x+1}{3} =$
 $= 3 \cdot 2 \cdot (3-2x) + 7 \cdot 4 \cdot (x+1) = 18-12x+28x+28 = 16x+46$

Př. 2: Vyřeš rovnice.

a) $\frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{8}$ b) $\frac{1}{3} - x = \frac{2x}{5}$ c) $\frac{x-1}{3} = 2 + \frac{x}{4}$

d) $\frac{x+1}{2} + 1 = \frac{2x-3}{4}$ e) $\frac{2x-3}{4} + 2 = \frac{3x+1}{6} - x$

a) $\frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{8} \quad / \cdot 8$

$8 \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right) = 8 \cdot \frac{x}{8}$

$8 \cdot \frac{x}{2} - 8 = x$

$4x - 8 = x \quad / -x$

$3x - 8 = 0 \quad / +8$

$3x = 8 \quad / :3$

b) $\frac{1}{3} - x = \frac{2x}{5} \quad / \cdot 15$

$15 \cdot \left(\frac{1}{3} - x\right) = 15 \cdot \frac{2x}{5}$

$5 - 15x = 6x \quad / +15x$

$5 = 21x \quad / :21$

$x = \frac{5}{21} \quad K = \left\{ \frac{5}{21} \right\}$

$$x = \frac{8}{3} \quad K = \left\{ \frac{8}{3} \right\}$$

$$c) \frac{x-1}{3} = 2 + \frac{x}{4} \quad / \cdot 12$$

$$12 \cdot \frac{x-1}{3} = 12 \cdot \left(2 + \frac{x}{4} \right)$$

$$4 \cdot (x-1) = 24 + 3x$$

$$4x - 4 = 24 + 3x \quad / -3x + 4$$

$$x = 28 \quad K = \{28\}$$

$$e) \frac{2x-3}{4} + 2 = \frac{3x+1}{6} - x \quad / \cdot 12$$

$$12 \cdot \left(\frac{2x-3}{4} + 2 \right) = 12 \cdot \left(\frac{3x+1}{6} - x \right)$$

$$12 \cdot \frac{2x-3}{4} + 24 = 12 \cdot \frac{3x+1}{6} - 12x$$

$$3(2x-3) + 24 = 2(3x+1) - 12x$$

$$6x - 9 + 24 = 6x + 2 - 12x \quad / -6x$$

$$15 = 2 - 12x \quad / +12x - 15$$

$$12x = -13 \quad / :12x$$

$$x = -\frac{13}{12} \quad K = \left\{ -\frac{13}{12} \right\}$$

$$d) \frac{x+1}{2} + 1 = \frac{2x-3}{4} \quad / \cdot 4$$

$$4 \cdot \left(\frac{x+1}{2} + 1 \right) = 4 \cdot \frac{2x-3}{4}$$

$$2(x+1) + 4 = 2x - 3$$

$$2x + 2 + 4 = 2x - 3$$

$$2x + 6 = 2x - 3 \quad / -2x$$

$$6 = -3 \quad K = \emptyset$$

Vyřešíme si ještě jednu (trochu těžší) rovnici se zlomky: $\frac{x+1}{3} + 1 = \frac{x+3}{5} + x$.

Nejdříve se vynásobením zbavíme zlomků.

POZOR: Každá ze stran představuje číslo, proto ji musíme vynásobit celou!

$$\frac{x+1}{3} + 1 = \frac{x+3}{5} + x \quad / \cdot 15$$

$$15 \cdot \left(\frac{x+1}{3} + 1 \right) = 15 \cdot \left(\frac{x+3}{5} + x \right)$$

$$15 \cdot \frac{x+1}{3} + 15 = 15 \cdot \frac{x+3}{5} + 15x$$

$$5(x+1) + 15 = 3(x+3) + 15x$$

$$5x + 5 + 15 = 3x + 9 + 15x$$

$$5x + 20 = 18x + 9 \quad / -5x - 9$$

$$11 = 13x \quad / :13$$

$$x = \frac{11}{13} \quad K = \left\{ \frac{11}{13} \right\}$$

Př. 3: Vyřeš rovnice:

$$\text{a) } \frac{x}{2} + 3 = x + \frac{x-2}{2}$$

$$\text{c) } \frac{x-3}{4} + 1 = \frac{2x-1}{3} + x$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} + 2 = \frac{1}{3} + \frac{x}{2}$$

$$\text{d) } \frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} = 5 \cdot \frac{x+1}{6} - \frac{1}{2}$$

$$\text{a) } \frac{x}{2} + 3 = x + \frac{x-2}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 \cdot \left(\frac{x}{2} + 3 \right) = 2 \cdot \left(x + \frac{x-2}{2} \right)$$

$$2 \cdot \frac{x}{2} + 6 = 2 \cdot x + 2 \cdot \frac{x-2}{2}$$

$$x + 6 = 2x + x - 2 \quad / +2$$

$$8 = 2x \quad / :2$$

$$x = 4 \quad K = \{4\}$$

$$\text{c) } \frac{x-3}{4} + 1 = \frac{2x-1}{3} + x \quad / \cdot 12$$

$$12 \cdot \left(\frac{x-3}{4} + 1 \right) = 12 \cdot \left(\frac{2x-1}{3} + x \right)$$

$$12 \cdot \frac{x-3}{4} + 12 = 12 \cdot \frac{2x-1}{3} + 12x$$

$$3 \cdot (x-3) + 12 = 4 \cdot (2x-1) + 12x$$

$$3x - 9 + 12 = 8x - 4 + 12x$$

$$3x + 3 = 20x - 4 \quad / -3x + 4$$

$$7 = 17x \quad / :17$$

$$x = \frac{7}{17} \quad K = \left\{ \frac{7}{17} \right\}$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} + 2 = \frac{1}{3} + \frac{x}{2} \quad / \cdot 6$$

$$6 \cdot \left(\frac{x}{3} + 2 \right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{x}{2} \right)$$

$$6 \cdot \frac{x}{3} + 6 \cdot 2 = 6 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot \frac{x}{2}$$

$$2x + 12 = 2 + 3x \quad / -2x - 2$$

$$x = 10$$

$$\text{d) } \frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} = 5 \cdot \frac{x+1}{6} - \frac{1}{2} \quad / \cdot 6$$

$$6 \cdot \left(\frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} \right) = 6 \cdot \left(5 \cdot \frac{x+1}{6} - \frac{1}{2} \right)$$

$$6 \cdot \frac{x+1}{2} + 6 \cdot \frac{x}{3} = 6 \cdot 5 \cdot \frac{x+1}{6} - 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$3 \cdot (x+1) + 2x = 5 \cdot (x+1) - 3$$

$$3x + 3 + 2x = 5x + 5 - 3$$

$$5x + 3 = 5x + 2 \quad / -5x - 2$$

$$1 = 0 \text{ rovnice nemá řešení } K = \emptyset$$

Shrnutí: