

3.5.10 Vyjádření neznámé ze vzorce II

Předpoklady: 030509

Pedagogická poznámka: První dva příklady jdou velmi rychle a je třeba se u nich nezdržovat, aby se povedlo spočítat a zkontrolovat alespoň část posledního příkladu.

Př. 1: Vyjádři ze vzorců neznámou v závorce.

a) $o = 2\pi r$ { r } b) $p = h\rho g$ { ρ } c) $o = 2a + 2b$ { a } d) $v = \frac{s}{t}$ { t }

a) $o = 2\pi r$ $/: 2\pi$

$$r = \frac{o}{2\pi}$$

b) $p = h\rho g$ $/: hg$

$$\rho = \frac{p}{hg}$$

c) $o = 2a + 2b$ $/ - 2b$

$$o - 2b = 2a$$

$$a = \frac{o - 2b}{2}$$

d) $v = \frac{s}{t}$ $/ \cdot t$

$$vt = s$$

$$t = \frac{s}{v}$$

Př. 2: Vyjádři ze vzorců neznámou v závorce.

a) $v = v_0 + at$ { t } b) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$ { S_2 } c) $P = 2\pi r v + 2\pi r^2$ { v }

d) $S = \frac{(a+c)v}{2}$ { a }

a) $v = v_0 + at$ $/ - v_0$

$$v - v_0 = at$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

b) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$ $/ \cdot S_1 S_2$

$$F_1 S_2 = F_2 S_1$$

$$S_2 = \frac{F_2 S_1}{F_1}$$

c) $P = 2\pi r v + 2\pi r^2$ $/ - 2\pi r^2$

$$P - 2\pi r^2 = 2\pi r v$$

$$v = \frac{P - 2\pi r^2}{2\pi r}$$

d) $S = \frac{(a+c)v}{2}$ $/ \cdot 2$

$$2S = (a+c)v$$

$$\frac{2S}{v} = a+c$$

$$a = \frac{2S}{v} - c$$

Př. 3: Martin si přečetl zadání bodu d) z předchozího příkladu $S = \frac{(a+c)v}{2} \{a\}$ a hned napsal výsledek. Když se ho pan učitel ptal, jak to uhádl, ukázal výsledek z minulého hodiny $c = \frac{2S}{v} - a$. Jak Martin výsledek odhadl?

Ve vzorci $S = \frac{(a+c)v}{2}$ můžeme hodnoty a a c kdykoliv prohodit, protože:

- nezáleží na tom, které základně budeme říkat a a které c ,
- obě proměnné jsou společně uzavřeny v závorce a sčítají se (sčítání je komutativní),

\Rightarrow můžeme je prohodit i ve vyjádřeném vzorci $\Rightarrow c = \frac{2S}{v} - a \Rightarrow a = \frac{2S}{v} - c$.

Pedagogická poznámka: V hodině důvody, které umožňují prohodit a a c , hledají žáci. Na závěr zdůrazňují, že právě proto, že význam stran a a c je možné prohazovat, musí být ve vzorci uvedeny operací, která je komutativní a umožňuje je prohazovat i v průběhu výpočtu.

Pedagogická poznámka: V hodině nechávám žáky řešit následující příklad samostatně. Ještě před jeho společným vyřešením (úspěšné vyřešení žákem v lavici je velmi vzácné) na tabuli si procházíme chyby uvedené v příkladu 5.

Př. 4: Vyjádři ze vzorce pro povrch kvádra $P = 2ab + 2bc + 2ac$ délku hrany c . Pokud se Ti nepodaří najít vhodný postup, zkus alespoň zformulovat, v čem je tento úkol těžší než předchozí.

$$P = 2ab + 2bc + 2ac \quad | -2ab$$

$P - 2ab = 2bc + 2ac$ - potřebujeme, aby se ve vzorci délka hrany c vyskytovala pouze jednou.

Nápad: Pokud máme číslo před závorkou, po roznásobení závorky se vyskytuje vícekrát: $2(a+b) = 2a + 2b \Rightarrow$ zkusíme tento postup obrátit a napsat délku hrany c před závorkou:

$P - 2ab = c(2b + 2a)$ - teď už je to jednoduché, vydělíme rovnicí číslem $(2b + 2a)$.

$$P - 2ab = c(2b + 2a) \quad | : (2b + 2a)$$

$$c = \frac{P - 2ab}{2b + 2a}$$

Př. 5: Pojmenuj chyby, kterých se dopustili žáci v následujících pokusech o vyřešení předchozího příkladu.

a) $P - 2ab = 2bc + 2ac \quad | -2b$

$$P - 2ab - 2b = c + 2ac$$

b) $P - 2ab = 2bc + 2ac \quad | : 2b$

$$\frac{P - 2ab}{2b} = c + 2ac$$

a) $P - 2ab = 2bc + 2ac \quad | -2b$

$$P - 2ab - 2b = c + 2ac$$

b) $P - 2ab = 2bc + 2ac \quad | : 2b$

Správný výsledek odečtení výrazu $2b$:

$$P - 2ab - 2b = 2bc + 2ac - 2b$$

Neplatí: $2bc - 2b = c$, nemůžeme odečítat členy různého typu.

$$\frac{P - 2ab}{2b} = c + 2ac$$

Správný výsledek vydělení výrazem $2b$:

$$\frac{P - 2ab}{2b} = c + \frac{2ac}{2b}$$

Při dělení rovnice, dělíme obě celé strany, tedy všechny členy na obou stranách.

Př. 6: Vyjádři ze vzorce pro celkový odpor paralelně zapojených rezistorů $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ velikost jednoho z odporů R_1 . V prvním kroku odstraň všechny zlomky ve vzorci.

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow$ pokud máme odstranit všechny zlomky, musíme vzorec vynásobit číslem

$$RR_1R_2.$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad / \cdot RR_1R_2$$

$$RR_1R_2 \cdot \frac{1}{R} = RR_1R_2 \cdot \frac{1}{R_1} + RR_1R_2 \cdot \frac{1}{R_2}$$

$R_1R_2 = RR_2 + RR_1$ - proměnná R_1 se ve vzorci opět vyskytuje dvakrát \Rightarrow dáme oba členy, které ji obsahují, na jednu stranu a vytkneme.

$$R_1R_2 = RR_2 + RR_1 \quad / - RR_1$$

$$R_1R_2 - RR_1 = RR_2$$

$$R_1(R_2 - R) = RR_2 \quad / : (R_2 - R)$$

$$R_1 = \frac{RR_2}{R_2 - R}$$

Př. 7: Vyjádři ze vzorců neznámou v závorce.

a) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \{R, R_2\}$

b) $S = 2ab + 2bc + 2ac \quad \{a, b\}$

a) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad / \cdot RR_1R_2$

$$R_1R_2 = RR_2 + RR_1$$

$$R_1R_2 = R(R_2 + R_1) \quad / : (R_2 + R_1)$$

$$R = \frac{R_1R_2}{R_2 + R_1}$$

$$R_1R_2 = RR_2 + RR_1 \quad / - RR_2$$

$$R_1R_2 - RR_2 = RR_1$$

b) $S = 2ab + 2bc + 2ac \quad / - 2bc$

$$S - 2bc = 2ab + 2ac$$

$$S - bc = a(2b + 2c) \quad / : (2b + 2c)$$

$$a = \frac{S - bc}{2b + 2c}$$

$$S = 2ab + 2bc + 2ac \quad / - 2ab$$

$$S - 2ab = 2bc + 2ac$$

$$S - 2ab = c(2b + 2a) \quad / : (2a + 2b)$$

$$R_2(R_1 - R) = RR_1 \quad / : (R_1 - R) \quad c = \frac{S - ab}{2a + 2b}$$
$$R_2 = \frac{RR_1}{R_1 - R}$$

Shrnutí: Pokud se vyjadřovaná proměnná vyskytuje ve více členech, můžeme ji vytknout před závorku.