3.2.10 Vyjádření neznámé ze vzorce II

Předpoklady: 030209

Pedagogická poznámka: První dva příklady jdou velmi rychle a je třeba se u nich nezdržovat, aby se povedlo spočítat a zkontrolovat alespoň část posledního příkladu.

Př. 1: Vyjádři ze vzorců neznámou v závorce.

a) $o = 2\pi r \quad \{r\}$ b) $p = h\rho g \quad \{\rho\}$ c) $o = 2a + 2b \quad \{a\}$ d) $v = \frac{s}{t} \quad \{t\}$

a) $o = 2\pi r \quad / : 2\pi$

$r = \frac{o}{2\pi}$

b) $p = h\rho g \quad / : hg$

$\rho = \frac{p}{hg}$

c) $o = 2a + 2b \quad / -2b$

$o - 2b = 2a \quad / : 2$

$a = \frac{o-2b}{2}$

d) $v = \frac{s}{t} \quad / \cdot t$

$vt = s \quad / : v$

$t = \frac{s}{v}$

Př. 2: Vyjádři ze vzorců neznámou v závorce.

a) $v = v_0 + at \quad \{t\}$ b) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \{S_2\}$ c) $P = 2\pi rv + 2\pi r^2 \quad \{v\}$

d) $S = \frac{(a+c)v}{2} \quad \{a\}$

a) $v = v_0 + at \quad / -v_0$

$v - v_0 = at \quad / : a$

$t = \frac{v - v_0}{a}$

b) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad / \cdot S_1 S_2$

$F_1 S_2 = F_2 S_1 \quad / : F_1$

$S_2 = \frac{F_2 S_1}{F_1}$

c) $P = 2\pi rv + 2\pi r^2 \quad / -2\pi r^2$

$P - 2\pi r^2 = 2\pi rv \quad / : 2\pi r$

$v = \frac{P - 2\pi r^2}{2\pi r}$

d) $S = \frac{(a+c)v}{2} \quad / \cdot 2$

$2S = (a+c)v \quad / : v$

$\frac{2S}{v} = a + c \quad / -c$

$a = \frac{2S}{v} - c$

Př. 3: Martin si přečetl zadání bodu d) z předchozího příkladu $S=\frac{(a+c)v}{2}\ \{a\}$ a hned napsal výsledek. Když se ho pan učitel ptal, jak to uhádl, ukázal výsledek z minulého hodiny $c=\frac{2S}{v}-a$. Jak Martin výsledek odhadl?

Ve vzorci $S=\frac{(a+c)v}{2}$ můžeme hodnoty *a* a *c* kdykoliv prohodit, protože:

- nezáleží na tom, které základně budeme říkat *a* a které *c*,
- obě proměnné jsou společně uzavřeny v závorce a sčítají se (sčítání je komutativní),

$\Rightarrow$ můžeme je prohodit i ve vyjádřeném vzorci $\Rightarrow$ $c=\frac{2S}{v}-a$ $\Rightarrow$ $a=\frac{2S}{v}-c$.

Pedagogická poznámka: V hodině důvody, které umožňují prohodit *a* a *c* hledají žáci. Na závěr zdůrazňuji, že právě proto, že význam stran *a* a *c* je možné prohazovat, musí být ve vzorci uvedeny operací, která je komutativní a umožňuje je prohazovat i v průběhu výpočtu.

Pedagogická poznámka: V hodině nechávám žáky řešit následující příklad samostatně. Ještě před jeho společným vyřešením (úspěšné vyřešení žákem v lavici je velmi vzácné) na tabuli si procházíme chyby uvedené v příkladu 5.

Př. 4: Vyjádři ze vzorce pro povrch kvádru $P=2ab+2bc+2ac$ délku hrany *c*. Pokud se Ti nepodaří najít vhodný postup, zkus alespoň zformulovat, v čem je tento úkol těžší než předchozí.

$P=2ab+2bc+2ac \quad /-2ab$

$P-2ab=2bc+2ac$ - potřebujeme, aby se ve vzorci délka hrany *c* vyskytovala pouze jednou.

Nápad: Pokud máme číslo před závorkou, po roznásobení závorky se vyskytuje vícekrát: $2(a+b)=2a+2b$ $\Rightarrow$ zkusíme tento postup obrátit a napsat délku hrany *c* před závorku:

$P-2ab=c(2b+2a)$ - teď už je to jednoduché, vydělíme rovnici číslem $(2b+2a)$.

$P-2ab=c(2b+2a) \quad /:(2b+2a)$

$c=\frac{P-2ab}{2b+2a}$

Př. 5: Pojmenuj chyby, kterých se dopustili žáci v následujících pokusech o vyřešení předchozího příkladu.

a) $P-2ab=2bc+2ac \quad /-2b$

$P-2ab-2b=c+2ac$

b) $P-2ab=2bc+2ac \quad /:2b$

$\frac{P-2ab}{2b}=c+2ac$

a) $P-2ab=2bc+2ac \quad /-2b$

$P-2ab-2b=c+2ac$

b) $P-2ab=2bc+2ac \quad /:2b$

Správný výsledek odečtení výrazu $2b$:
$P-2ab-2b=2bc+2ac-2b$
Neplatí: $2bc-2b=c$, nemůžeme odečítat členy různého typu.

$$\frac{P-2ab}{2b}=c+2ac$$

Správný výsledek vydělení výrazem $2b$:
$\frac{P-2ab}{2b}=c+\frac{2ac}{2b}$. Při dělení rovnice, dělíme obě celé strany, tedy všechny členy na obou stranách.

Př. 6: Vyjádři ze vzorce pro celkový odpor paralelně zapojených rezistorů $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ velikost jednoho z odporů R_1. V prvním kroku odstraň všechny zlomky ve vzorci.

$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ $\Rightarrow$ pokud máme odstranit všechny zlomky, musíme vzorec vynásobit číslem RR_1R_2.

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \qquad / \cdot RR_1R_2$$

$$RR_1R_2\cdot\frac{1}{R}=RR_1R_2\cdot\frac{1}{R_1}+RR_1R_2\cdot\frac{1}{R_2}$$

$R_1R_2=RR_2+RR_1$ - proměnná R_1 se ve vzorci opět vyskytuje dvakrát $\Rightarrow$ dáme oba členy, které ji obsahují, na jednu stranu a vytkneme.

$$R_1R_2=RR_2+RR_1 \qquad /-RR_1$$

$$R_1R_2-RR_1=RR_2$$

$$R_1\left(R_2-R\right)=RR_2 \qquad /:\left(R_2-R\right)$$

$$R_1=\frac{RR_2}{R_2-R}$$

Př. 7: Vyjádři ze vzorců neznámou v závorce.

a) $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ $\left\{R,R_2\right\}$

b) $S=2ab+2bc+2ac$ $\left\{a,b\right\}$

a) $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \qquad / \cdot RR_1R_2$

$$R_1R_2=RR_2+RR_1$$

$$R_1R_2=R\left(R_2+R_1\right) \qquad /:\left(R_2+R_1\right)$$

$$R=\frac{R_1R_2}{R_2+R_1}$$

$$R_1R_2=RR_2+RR_1 \qquad /-RR_2$$

$$R_1R_2-RR_2=RR_1$$

b) $S=2ab+2bc+2ac \qquad /-2bc$

$$S-2bc=2ab+2ac$$

$$S-bc=a\left(2b+2c\right) \qquad /:\left(2b+2c\right)$$

$$a=\frac{S-bc}{2b+2c}$$

$$S=2ab+2bc+2ac \qquad /-2ab$$

$$S-2ab=2bc+2ac$$

$$S-2ab=c\left(2b+2a\right) \qquad /:\left(2a+2b\right)$$

$$R_2\left(R_1 - R\right) = RR_1 \qquad / : \left(R_1 - R\right)$$

$$R_2 = \frac{RR_1}{R_1 - R}$$

$$c = \frac{S - ab}{2a + 2b}$$

Shrnutí: Pokud se vyjadřovaná proměnná vyskytuje ve více členech, můžeme ji vytknout před závorku.