

3.5.12 Slovní úlohy I

Předpoklady: 030508

Pedagogická poznámka: Slovní úlohy jsou problém hlavně proto, že neexistuje jednoznačný algoritmus na jejich řešení. Této první hodiny se však problémy netýkají, protože jednoznačný algoritmus mají. Je možné hodinu vzít i jako poloviční, žáci sice nestihnou spočítat všechny příklady, ale pokud neměli problémy se sestavováním výrazů, nebude to příliš na závadu.

Pedagogická poznámka: První dva příklady děláme společně, ve zbytku hodiny postupuje každý sám.

Př. 1: Které číslo se po zvětšení o tři rovná patnácti?

Jednoduché:

Hledané číslo označíme jako proměnnou (například x).

Zapíšeme si informaci ze zadání pomocí proměnné: $x + 3 = 15$.

Rovnici vyřešíme: $x + 3 = 15 \quad / -3$

$x = 12$

Zadání odpovídá číslo 12.

První příklad byl jednoduchý, snadno ho vyřešíme i z paměti. U dalšího příkladu už paměť většinou nestačí \Rightarrow stojí za to využít postup, který nám umožní kromě jednoduchých řešit i těžší příklady. Postup řešení jsme si ukázali na předchozím příkladu:

- najdeme veličinu (počet), kterou chceme určit, a označíme si ji pomocí proměnné,
- informace v zadání zapíšeme pomocí výrazů,
- z výrazů sestavíme rovnici,
- rovnici vyřešíme,
- řešení rovnice použijeme k určení všech hodnot požadovaných v zadání,
- zkontrolujeme, zda získané hodnoty odpovídají zadání (nemůžeme zkoušku provádět jako zkoušku řešení rovnice, protože rovnice může být špatně sestavená).

Př. 2: Najdi číslo, jehož třetina zvětšená o sedm se rovná polovině z jeho dvojnásobku zmenšeného o dva.

Neznámé číslo ... y

Třetina zvětšená o sedm ... $\frac{y}{3} + 7$

Polovina ... $\frac{2}{2} \Rightarrow$ polovina z dvojnásobku zmenšeného o dva ... $\frac{2y-2}{2}$

$$\frac{y}{3} + 7 = \frac{2y-2}{2} \quad / \cdot 6$$

$$2y + 42 = 3(2y - 2)$$

$$2y + 42 = 6y - 6 \quad / -2y$$

$$42 = 4y - 6 \quad / +6$$

$$48 = 4y \quad / : 4$$

$$y = 12$$

Kontrola:

Třetina zvětšená o sedm: $\frac{12}{3} + 7 = 4 + 7 = 11$.

Dvojnásobek zmenšený o dva: $2 \cdot 12 - 2 = 24 - 2 = 22$, polovina z dvojnásobku zmenšeného o dva: $\frac{22}{2} = 11$

Hledaným číslem je číslo 12.

Př. 3: Najdi číslo, jehož dvojnásobek zvětšený o sedm se rovná jeho trojnásobku zmenšenému o šest.

Neznámé číslo	...	a
Dvojnásobek zvětšený o sedm	...	$2a + 7$
Trojnásobek zmenšený o šest	...	$3a - 6$

$$2a + 7 = 3a - 6 \quad / -2a$$

$$7 = a - 6 \quad / +6$$

$$a = 13$$

Kontrola:

Dvojnásobek zvětšený o sedm: $2 \cdot 13 + 7 = 26 + 7 = 33$.

Trojnásobek zmenšený o šest: $3 \cdot 13 - 6 = 39 - 6 = 33$.

Hledaným číslem je číslo 13.

Př. 4: Které číslo se rovná svým dvěma pětinaám zvětšeným o devět?

Neznámé číslo	...	k
Dvě pětiny zvětšené o devět	...	$\frac{2}{5}k + 9$

$$\frac{2}{5}k + 9 = k \quad / \cdot 5$$

$$2k + 45 = 5k \quad / -2k$$

$$45 = 3k \quad / : 3$$

$$k = 15$$

Kontrola:

Dvě pětiny čísla zvětšené o devět: $\frac{2}{5} \cdot 15 + 9 = 6 + 9 = 15$.

Hledaným číslem je číslo 15.

Př. 5: Najdi číslo, jehož sedmina je o čtyři menší než jeho třetina.

Neznámé číslo ... r

Sedmina čísla ... $\frac{r}{7}$

Třetina čísla ... $\frac{r}{3}$

Sedmina je o čtyři menší než jeho třetina: $\frac{r}{7} + 4 = \frac{r}{3}$.

$$\frac{r}{7} + 4 = \frac{r}{3} \quad / \cdot 21$$

$$3r + 84 = 7r \quad / -3r$$

$$84 = 4r \quad / : 4$$

$$r = 21$$

Kontrola:

$$\text{Sedmina čísla: } \frac{21}{7} = 3.$$

$$\text{Třetina čísla: } \frac{21}{3} = 7.$$

Sedmina je o čtyři menší než třetina: $7 - 4 = 3$.

Nezvěstným číslem je číslo 21.

Př. 6: Policie České republiky pátrá po čísle, pro které platí: pokud trojnásobek čísla zvětšený o dva vydělíme šesti, získáme to samé, jako když čtyřnásobek čísla zmenšený o tři vydělíme osmi.

Hledané číslo ... x

Trojnásobek čísla zvětšený o dva vydělíme šesti: $\frac{3x+2}{6}$.

Čtyřnásobek čísla zmenšený o tři vydělíme osmi: $\frac{4x-3}{8}$.

$$\frac{3x+2}{6} = \frac{4x-3}{8} \quad / \cdot 24$$

$$4(3x+2) = 3(4x-3)$$

$$12x+8 = 12x-9 \quad / -12x-8$$

$$0x = -17 \Rightarrow \text{rovnice nemá řešení.}$$

Číslo hledané českou policií neexistuje.

Př. 7: Pro které číslo platí, že jeho pětina je o 2 větší než jeho třetina?

Na první pohled se zdá, že takové číslo neexistuje, zkusíme sestavit rovnici a uvidíme, zda je odhad správný.

Hledané číslo ... z .

Pětina čísla ... $\frac{z}{5}$

Třetina čísla ... $\frac{z}{3}$

Pětina je o 2 větší než jeho třetina: $\frac{z}{5} = \frac{z}{3} + 2 \quad / \cdot 15$.

$$3z = 5z + 30 \quad / -3z - 60$$

$$-30 = 2z \quad / : 2$$

$$z = -15$$

Raději si to zkontrolujeme:

$$\text{Pětina čísla: } \frac{-15}{5} = -3.$$

$$\text{Třetina čísla: } \frac{-15}{3} = -5.$$

-3 je doopravdy o dvě větší než -5.

Hledaným číslem je číslo -5.

Př. 8: Najdi číslo, kterým musíme vydělit trojku, abychom získali to samé, jako když vydělíme dvojku číslem o jedno větším.

Hledané číslo ... d

Trojku dělíme číslem ... $\frac{3}{d}$

Dvojku dělíme číslem o jedna větším ... $\frac{2}{d+1}$

Z obou dělení získáme to samé: $\frac{3}{d} = \frac{2}{d+1} \quad / \cdot d \cdot (d+1)$.

$$3(d+1) = 2d$$

$$3d + 3 = 2d \quad / -2d - 3$$

$$d = -3$$

Raději si to zkontrolujeme:

$$\text{Trojku dělíme číslem: } \frac{3}{-3} = -1.$$

$$\text{Dvojku dělíme číslem o jedna větším: } \frac{2}{-3+1} = \frac{2}{-2} = -1.$$

Obě čísla vyšla stejná.

Hledaným číslem je číslo -3.

Př. 9: Projdi si příklady řešené v této hodině a zkus je vyřešit bez použití rovnic.

Příklad 1: Které číslo se po zvětšení o tři rovná patnácti?

Od patnácti odečteme 3 \Rightarrow hledané číslo je 12.

Příklad 2: Najdi číslo, jehož třetina zvětšená o sedm se rovná polovině z jeho dvojnásobku zmenšeného o dva.

Zatím neznáme rozumně lehké řešení bez rovnice.

Příklad 3: Najdi číslo, jehož dvojnásobek zvětšený o sedm se rovná jeho trojnásobku zmenšenému o šest.

Abychom mohli dvojnásobek srovnat s trojnásobkem, musíme k dvojnásobku sedm přidat a od trojnásobku odečíst šest \Rightarrow trojnásobek je o 13 větší než dvojnásobek \Rightarrow hledané číslo je 13.

Příklad 4: Které číslo se rovná svým dvěma pětinaм zvětšeným o devět?

Ke dvěma pětinaм musíme připočítat tři pětiny, abychom získali celé původní číslo \Rightarrow číslo 9 představuje tři pětiny hledaného čísla \Rightarrow 3 představuje jednu pětinu a 15 je celé hledané číslo.

Příklad 5: Najdi číslo, jehož sedmina je o čtyři menší než jeho třetina.

Sedmina je menší než třetina o $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7-3}{21} = \frac{4}{21}$.

Číslo 4 představuje $\frac{4}{21}$ hledaného čísla \Rightarrow $\frac{1}{21}$ představuje číslo 1 \Rightarrow hledaným číslem je číslo 21.

Příklad 6: Policie České republiky pátrá po čísle, pro které platí: pokud trojnásobek čísla zvětšený o dva vydělíme šesti, získáme to samé, jako když čtyřnásobek čísla zmenšený o tři vydělíme osmi.

Porovnáváme šestinu z trojnásobku (tedy polovinu hledaného čísla), ke kterému jsme přičetli jednu třetinu (šestinu ze dvou) a osminu ze čtyřnásobku (tedy opět čtvrtinu hledaného čísla), od které jsme odečetli tři osminy. Rovnost nemůže nikdy nastat, jednou k polovině hledaného čísla připočítáváme a jednou odečítáme.

Příklad 7: Pro které číslo platí, že jeho pětina je o 2 větší než jeho třetina?

Hledané číslo bude určitě záporné (aby jeho pětina byla větší než třetina), rozdíl mezi pětinou

a třetinou $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15}$.

$\frac{2}{15}$ představují 2 \Rightarrow $\frac{1}{15}$ představuje 1 \Rightarrow hledané číslo je -15.

Příklad 8: Najdi číslo, kterým musíme vydělit trojku, abychom získali to samé, jako když vydělíme dvojku číslem o jedno větším.

Zatím neznáme rozumně jednoduché řešení příkladu bez rovnice.

Shrnutí: Mnoho příkladů jde jednoduše vyřešit pomocí rovnic, které sestavíme podle obsahu zadání.