

3.5.13 Slovní úlohy II

Předpoklady: 030512

Pedagogická poznámka: První příklad je opakování z minulé hodiny. Při prvním průchodu zbytkem hodiny se ukázalo, že žáci mají problém s tím, co zvolit za neznámou a jak vyjadřovat. Často se točili v kruhu (například ve čtvrtém příkladu):

$$\begin{array}{ll} \text{pravítka} & \dots \quad \frac{k+50}{2}, \\ \text{kružítka} & \dots \quad 2p-50. \end{array}$$

Proto po kontrole prvního příkladu nechávám žáky přečíst zadání následujících příkladů a společně pak kontrolujeme, co si označíme jako neznámou (a pomocí čeho budeme všechno ostatní vyjadřovat).

Př. 1: Najdi číslo, pro které platí, že součet jeho trojnásobku a jeho poloviny je o šest větší než jeho dvojnásobek.

Neznámé číslo \dots x

Součet jeho trojnásobku a jeho poloviny \dots $3x + \frac{x}{2}$.

Součet jeho trojnásobku a jeho poloviny je o šest větší než jeho dvojnásobek:

$$3x + \frac{x}{2} = 2x + 6 \quad / \cdot 2$$

$$6x + x = 4x + 12$$

$$7x = 4x + 12 \quad / -4x$$

$$3x = 12 \quad / : 3$$

$$x = 4$$

Kontrola:

Součet jeho trojnásobku a jeho poloviny: $3 \cdot 4 + \frac{4}{2} = 14$.

Dvojnásobek: $2 \cdot 4 = 8$ (je o šest menší).

Hledaným číslem je číslo 4.

Př. 2: Honza s Ivanou nosí domů ze školy poznámky. Honza jich přinesl pětkrát víc než Ivana. Kolik poznámek přinesl Honza a kolik Ivana, jestliže dohromady přinesli 24 poznámek?

Počet Honzových poznámek vyjadřujeme pomocí počtu Ivaniných poznámek \Rightarrow jako proměnnou zvolíme počet Ivaniných poznámek.

Ivaniny poznámky \dots i .

Honza má pětkrát víc poznámek \dots $5i$.

Dohromady 24 poznámek \dots $i + 5i = 24$

$$6i = 24 \quad / : 6$$

$$i = 4$$

Počet Honzových poznámek: $5i = 5 \cdot 4 = 20$.

Celkový počet poznámek: $20 + 4 = 24$ (odpovídá zadání).

Ivana dostala 4 poznámky, Honza jich dostal 20.

Př. 3: Jedna strana obdélníkového pozemku je o 18 metrů delší než druhá. Urči rozměry pozemku, jestliže na jeho oplocení bylo třeba 122 metrů pletiva.

Jedna strana je o 18 metrů delší \Rightarrow jako proměnnou zvolíme délku kratší strany.

Kratší strana ... a .

Delší stran je o 18 metrů delší ... $a + 18$.

Obvod pozemku je 122 m: $a + (a + 18) + a + (a + 18) = 122$

$$4a + 36 = 122 \quad / -36$$

$$4a = 86 \quad / :4$$

$$a = 21,5$$

Delší strana: $a + 18 = 39,5$

Kontrola:

Obvod pozemku je 122: $2 \cdot 21,5 + 2 \cdot 39,5 = 43 + 79 = 122$

Obdélníkový pozemek má rozměry 21,5 m a 39,5 m.

Př. 4: Ája nakupovala potřeby do školy. Kdyby bylo kružítko 50 Kč dražší, stálo by dvakrát tolik co sada pravítek. Nová čtyřbarevná propiska pak byla o 30 Kč dražší než pravítka. Celkem utratila 164 Kč. Kolik jednotlivé věci stály?

Ceny kružítko i propisky se v zadání porovnávají s cenou pravítek \Rightarrow jako proměnou si vybereme cenu pravítek.

Sada pravítek ... x

Kružítko (bez 50 Kč dvakrát tolik) ... $2x - 50$

propiska (o 30 Kč dražší než pravítka) ... $x + 30$

Celkem utratil 164 Kč: $x + 2x - 50 + x + 30 = 164$

$$4x - 20 = 164 \quad / +20$$

$$4x = 184 \quad / :4$$

$$x = 46 \text{ Kč}$$

Sada pravítek ... 46 Kč

Kružítko (bez 50 Kč dvakrát tolik) ... $2x - 50 = 2 \cdot 46 - 50 = 42 \text{ Kč}$

propiska (o 30 Kč dražší než pravítka) ... $x + 30 = 46 + 30 = 76 \text{ Kč}$

Kontrola:

Celková cena nákupu: $46 + 42 + 76 = 164 \text{ Kč}$.

Sada pravítek stála 46 Kč, kružítko 42 Kč a propiska 76 Kč.

Př. 5: Úhel β je dvakrát větší než úhel α a úhel γ je ještě o 15° větší než úhel β . Urči velikosti úhlů v trojúhelníku.

Úhel β je popsán pomocí úhlu α , úhel γ pomocí úhlu $\beta \Rightarrow$ všechno vyjádříme pomocí úhlu α .

Velikost úhlu α	...	a
Úhel β je dvakrát větší než úhel α	...	$2a$
Úhel γ je o 15° větší než úhel β	...	$2a+15$
Součet úhlů v trojúhelníku je 180°	$a+2a+2a+15=180$
$5a+15=180$	$/-15$	
$5a=165$	$/:5$	
$a=33$		

Úhel β : $2 \cdot 33^\circ = 66^\circ$.

Úhel $\gamma = 66^\circ + 15^\circ = 81^\circ$.

Kontrola: $\alpha + \beta + \gamma = 33^\circ + 66^\circ + 81^\circ = 180^\circ$.

Pro velikosti úhlů v trojúhelníku platí: $\alpha = 33^\circ$, $\beta = 66^\circ$, $\gamma = 81^\circ$.

Př. 6: Olda je právě letos čtyřikrát mladší než jeho táta. Za čtyři roky bude už jen třikrát mladší. Kolik je Oldovi a kolik jeho tátovi?

Musíme vyjádřit tátův věk pomocí Oldova (budeme násobit, protože táta je čtyřikrát starší) nebo Oldův pomocí tátova (budeme dělit, protože Olda je mladší) \Rightarrow vyjdeme z Oldova věku.

Oldův věk nyní	...	o .
Tátův věk nyní	...	$t = 4o$.
Oldův věk za čtyři roky	...	$o + 4$.
Tátův věk za čtyři roky	...	$t + 4$.
Za čtyři roky bude táta třikrát starší	...	$t + 4 = 3(o + 4)$

Dosadíme: $t = 4o$

$4o + 4 = 3o + 12$ $/-3o - 4$

$o = 8$

Tátův současný věk: $4 \cdot 8 = 32$.

Oldův věk za čtyři roky: $8 + 4 = 12$.

Tátův věk za čtyři roky: $32 + 4 = 36$ (je to třikrát více než 12 let).

Oldovi je 8 let, jeho tátovi 32.

Př. 7: Měsíční kapesné tří různě starých sester činí dohromady 570 Kč. Každá z nich přitom bere dvě třetiny toho, co její starší sestra. Jaké kapesné má každá z nich?

Kapesné každé ze sester se počítá z kapesného starší sestry \Rightarrow vyjedeme z věku nejstarší sestry.

Kapesné:

nejstarší sestra	...	s
prostřední sestra	...	$\frac{2}{3}s$
nejmladší sestra	...	$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}s = \frac{4}{9}s$

Kapesné všech tří sester je dohromady 570 Kč: $s + \frac{2}{3}s + \frac{4}{9}s = 570 \quad / \cdot 9$

$$9s + 3 \cdot 2s + 4s = 570 \cdot 9$$

$$9s + 6s + 4s = 5130$$

$$19s = 5130 \quad / : 19$$

$$s = 270$$

$$\text{prostřední sestra } \frac{2}{3} \cdot s = \frac{2}{3} \cdot 270 = 180 \text{ Kč}$$

$$\text{nejmladší sestra } \frac{4}{9} \cdot s = \frac{4}{9} \cdot 270 = 120 \text{ Kč}$$

Sestry mají kapesné v hodnotách 270 Kč, 180 Kč a 120 Kč.

Př. 8: Petr s Pavlem si společně se spolužákem Markem přivydělali prodejem lakovaných samorostů. Vydělanou částku si rozdělili spravedlivě. Marek dostal pouze jednu čtvrtinu, protože se k nim přidal až později, Petr s Pavlem pak dostali oba stejně dvě sedminy z vydělané částky. Petr navíc dostal ještě 150 Kč, které zaplatil za lak. Kolik vydělali dohromady? Kolik dostal každý z nich?

Částky, které si kluci rozdělili vychází z celkové částky, kterou vydělali \Rightarrow vyjdeme z celkové částky, kterou si vydělali.

Vydělaná částka	...	x
Petr	...	$\frac{2}{7}x + 150$
Pavel	...	$\frac{2}{7}x$
Marek	...	$\frac{1}{4}x$

Částku, kterou vydělali, si rozdělili mezi sebe: $\frac{2}{7}x + 150 + \frac{2}{7}x + \frac{1}{4}x = x \quad / \cdot 28$

$$8x + 4200 + 8x + 7x = 28x$$

$$4200 + 23x = 28x \quad / -23x$$

$$4200 = 5x \quad / : 5$$

$$x = 840$$

$$\text{Petr: } 840 \cdot \frac{2}{7} + 150 = 240 + 150 = 390 \text{ Kč}$$

Pavel: $840 \cdot \frac{2}{7} = 240$ Kč

Marek: $\frac{1}{4} \cdot 840 = 210$ Kč.

Kluci společně vydělali 840 Kč (Petr dostal 390 Kč, Pavel 240 Kč a Marek 210 Kč).

Shrnutí: